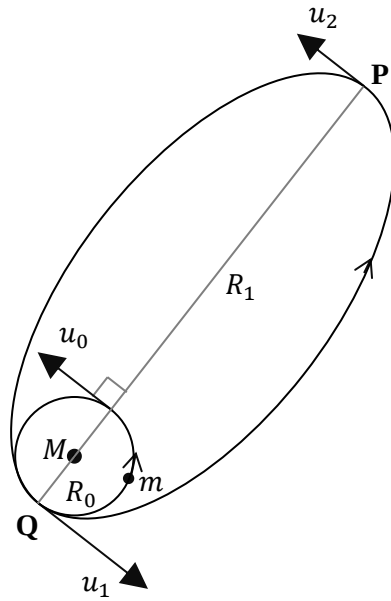


이론 시험

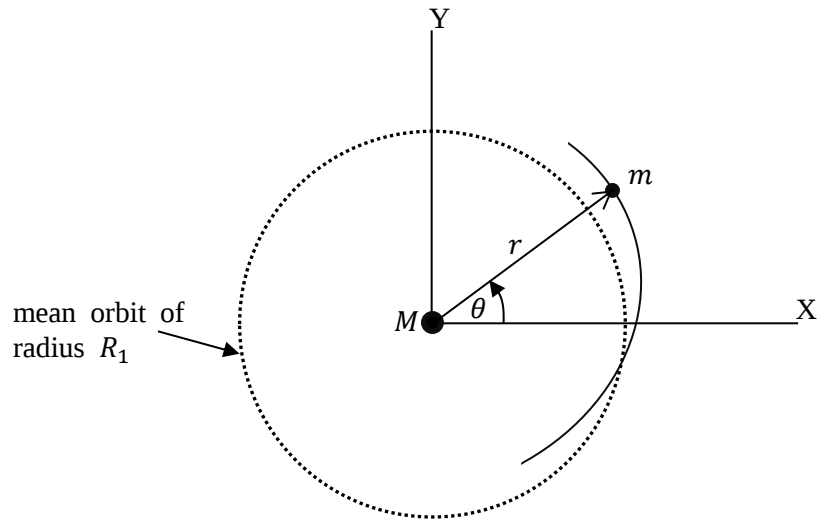
I. 위성의 궤도 전이

가까운 미래에 우리는 위성을 쏘는데 관여할 수 있으며, 이는 물리학적 관점에서 보면, 간단한 역학의 이용만 필요로 한다.



- 질량 m 의 위성이 현재 질량 M 의 지구를 반지름 R_0 인 원 궤도로 돌고 있다. m 의 속력 (u_0)을 M, R_0 , 만유인력 상수 G 로 나타내시오. (1 점)
- 우리는 점 Q에서의 속도를 u_0 에서 u_1 로 (거의 순식간에) 가속시킴으로써 이 위성을 지구 중심에서 거리 R_1 떨어진 곳인 점 P로 데려가는 궤도에 놓으려고 한다. u_1 을 u_0, R_0, R_1 로 나타내시오. (2 점)
- 위성이 지구의 영향에서 완벽히 벗어나게 되는 u_1 의 최솟값을 u_0 로 나타내시오. (1 점)
- (파트 b를 참고해서) 점 P에서 위성의 속도 (u_2)를 u_0, R_0, R_1 로 나타내시오. (1 점)
- 이제, 우리는 점 P에 있는 위성의 속도를 u_2 에서 (거의 순식간에) u_3 로 가속시킴으로써 궤도를 반지름 R_1 인 원 궤도로 바꾸려고 한다. u_3 를 u_2, R_0, R_1 로 나타내시오. (1 점)

f)



만약 위성에 순간적으로 작은 섭동이 반지름 방향으로 가해져서 위성이 반지름 R_1 인 완벽한 원 궤도에서 살짝 벗어나는 경우, 평균 거리 R_1 에 대한 반지름 r 의 진동 주기 T 를 구하시오.

힌트: 학생들은 (필요한 경우) 궤도 내의 위성의 운동 방정식을 이용할 수 있다:

$$m \left[\frac{d^2}{dt^2} r - \left(\frac{d}{dt} \theta \right)^2 r \right] = -G \frac{Mm}{r^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

그리고 각운동량 보존 법칙도 이용할 수 있다:

$$mr^2 \frac{d}{dt} \theta = \text{constant} \quad \dots\dots\dots (2)$$

(3 점)

g) 섭동이 가해지지 않은 궤도와 섭동이 가해진 궤도 전체를 대략적으로 그리시오.

(1 점)

II. 광학 자이로스코프

1913년에 Georges Sagnac (1869-1926)은 고리 공진기를 이용해서 회전 좌표계에 대한 에테르의 흐름을 검출하기 위해 노력하였다. 하지만, 항상 그랬듯이, 그의 결과는 그가 생각하지 못한 방향으로 유용하다는 것이 밝혀졌다. 응용 방법 중 하나는 섬유-광학 자이로스코프 (FOG)로 Sagnac에 의해 처음으로 관찰된 단순한 현상에 기반을 두고 있다. Sagnac 효과와 관련된 중요한 물리는 회전하는 고리 광섬유 내에서 반대 방향으로 진행하는 두 결맞는 빛 사이의 위상 지연이다. 이 위상 지연은 고리의 각속도를 측정하는 용으로도 이용된다.

Fig. 1에 그려진 간략한 그림에서 보듯이, 빛이 반지름 R 의 시계방향으로 일정한 각속도 Ω 로 회전하는 광섬유로 점 P에서 입사한다. 여기서 빛은 서로 반대 방향으로 진행하는 두 빛으로 갈라지며, 하나는 고리 속을 시계방향 (CW)로 다른 하나는 반시계방향 (CCW)로 진행하게 된다. 광섬유를 구성하는 물질의 굴절률은 μ 이다. 광섬유 케이블 안에서 빛이 움직이는 경로는 반지름 R 의 부드러운 원이라고 가정하자.

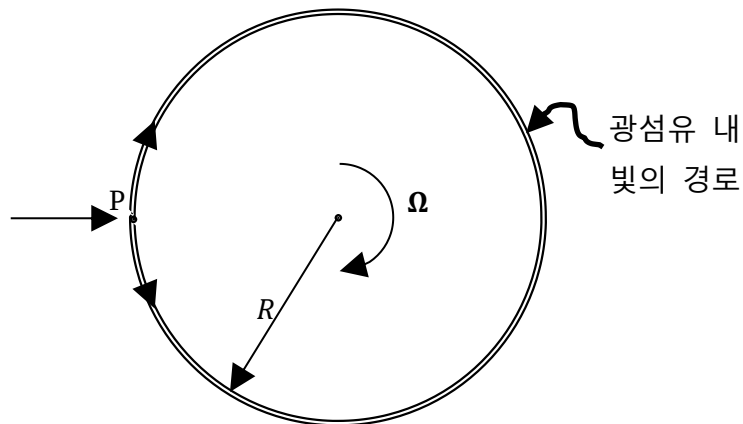


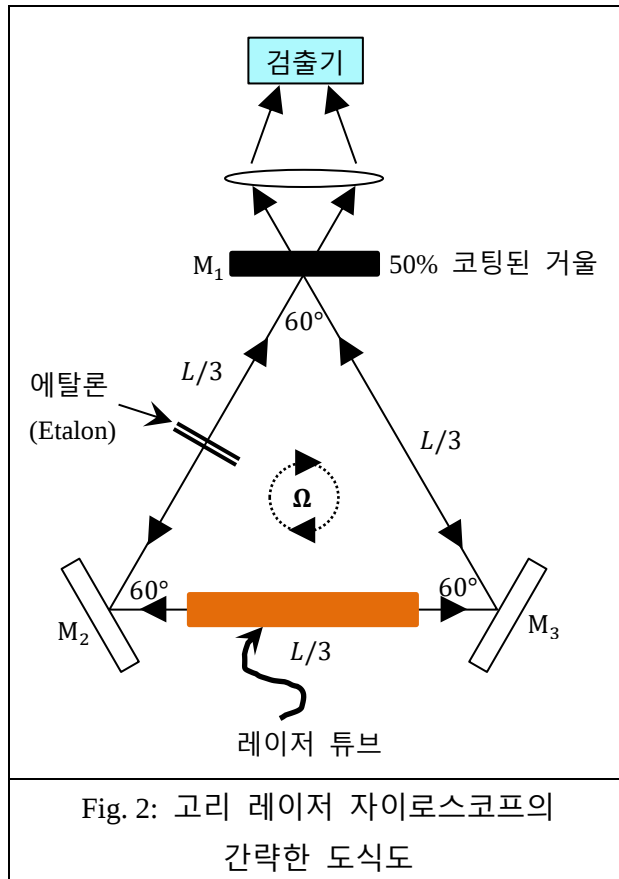
Fig.1

- a) 실제로 고리의 회전 속도는 빛의 속도보다 매우 느리다. 즉, $(R\Omega)^2 \ll c^2$ 이다. 시간 차이 $\Delta t = t^+ - t^-$ 를 구하시오. 여기서 t^+, t^- 는 각각 CW와 CCW 광선이 고리를 한 바퀴 도는데 걸리는 시간이다. 답을 고리에 의해 둘러싸인 넓이 A 로 나타내시오.
(2 점)
- b) CW와 CCW 광선이 한 바퀴를 도는 동안 생기는 광경로 차이 ΔL 을 구하시오.
(2 점)
- c) 반지름 $R = 1 \text{ m}$ 인 원형 광섬유에 대해, 지구의 자전에 의한 ΔL 의 최댓값은 얼마인가? $\mu = 1.5$ 임이 주어졌다.
(1 점)

- d) 파트 (b)에서 이 측정은 광섬유 코일에서 감은 수 N 을 증가시킴으로써 증폭시킬 수 있다. 빛이 모든 바퀴를 도는 동안 생기는 위상차 $\Delta\theta$ 를 구하시오.

(1 점)

광학 자이로스코프를 구성하는 두 번째 방법은 고리 레이저 자이로스코프 (RLG) 이다. 이는 Fig. 2에서 볼 수 있듯이 총 길이 L 인 정삼각형 고리에 레이저 공동을 삽입함으로써 만들어 질 수 있다. 여기서 레이저 광원은 두 개의 서로 반대 방향으로 진행되는 증폭된 결맞는 빛을 생성한다. 이 삼각 고리 공진기에서 레이저를 유지하기 위해 고리 둘레의 길이는 파장의 정수배이어야 한다. 고리에 삽입된 또 다른 요소인 에탈론은 고리 공진기에서 주파수 선택적인 손실을 야기시켜 원하지 않는 모드가 감쇠되고 없어지도록 한다.



- e) Figure 2에 그려진 삼각형 고리에 대해 시계 방향과 시계 반대 방향으로 빛이 진행하는데 걸리는 시간의 차이 Δt 를 구하시오. 답을 Ω 와 고리로 둘러싸인 면적 A 로 나타내시오. 결과가 원형 고리의 것과 같음을 보이시오. (2 점)

- f) Fig. 2에서 보듯이 고리가 각속도 Ω 로 돌고 있는 경우, CW와 CCW 관측 사이에 진동수 차이가 존재한다. CW와 CCW 광선 사이의 관측되는 맥놀이 진동수 $\Delta\nu$ 를 L, Ω, λ 로 나타내시오. (2 점)

III. 플라즈마 렌즈

강한 입자 빔과 관련된 물리학은 기초 연구뿐만 아니라 약 및 산업으로의 응용에도 큰 영향을 미쳤다. 플라즈마 렌즈는 선형 가속기의 끝에서 매우 강한 최종 초점 맞추기를 할 수 있도록 하는 장비이다. 이 플라즈마 렌즈를 평가하기 위해 기존의 일반적인 자기장과 정전기장 렌즈들과 비교하는 것이 자연스러울 것이다. 자기장 렌즈에서 초점을 모으는 능력은 자기장의 기울기와 비례한다. 실용적인 사중극자 렌즈의 상한값은 10^2 T/m 정도인 반면, 플라즈마 렌즈의 경우 밀도가 10^{17} cm^{-3} 이면, 이 렌즈의 초점을 모으는 능력은 자기장의 기울기가 $3 \times 10^6 \text{ T/m}$ 인 자기장 렌즈와 동일하다. (이 값은 자기장 사중극자 렌즈보다 10^4 배 정도 더 큰 것이다.)

아래 문제들에서 우리는 강한 상대론적 입자 빔이 빈 공간에서 서로 멀어지지 않고 스스로 모일 수 있는 지에 대해서 알아볼 것이다.

- a) 밀도가 n 으로 균일하고 평균 속력이 v (둘 다 실험실 좌표계의 값이다.)인 긴 원통형의 전자 빔을 고려하자. 고전적인 전자기학을 이용해서 중심축에서 거리 r 만큼 떨어진 곳의 전기장에 대한 표현을 구하시오. (1 점)
- b) a)와 같은 지점에서 자기장에 대한 표현을 구하시오. (2 점)
- c) 그 지점을 지나는 전자에 대해 바깥 방향으로 작용하는 알짜힘은 얼마인가? (1 점)
- d) c)에서 얻은 표현이 상대론적 속도일 때에도 적용 가능하다고 가능하면, v 가 빛의 속력 c 에 접근하게 되면 전자에 작용하는 힘은 얼마인가? 여기서 $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ 이다. (1 점)
- e) 만약 반지름 R 의 전자 빔이 균일한 밀도 $n_0 < n$ 인 플라즈마로 (플라즈마는 같은 전하 밀도를 가진 이온화된 기체의 양이온과 전자로 이루어져 있다.) 들어가면, 전자 빔 밖에 반지름 r' 에 위치해 있는 정지한 플라즈마 이온에 작용하는 알짜힘은 얼마인가? 플라즈마 이온의 밀도는 일정하고 원통 대칭은 유지된다고 가정할 수 있다. (1 점)
- f) 충분한 시간이 지난 후, $v \rightarrow c$ 이고 플라즈마 이온의 밀도가 일정하고 원통 대칭이 유지된다고 가정하면, 플라즈마 중심 축에서 거리 r 만큼 떨어진 곳에 있는 전자에 작용하는 알짜힘은 얼마인가? (2 점)