

2005 년 4 월 27 일 수요일

다음은 먼저 읽으시오:

1. 이론 시험은 5 시간이 주어집니다.
2. 주어진 펜만 사용하시오.
3. 종이의 앞쪽 면만 사용하시오.
4. 각 문제의 파트는 서로 분리된 종이를 사용하시오.
5. 각 문제에 대해서 사용 가능한 **빈 연습지** 외에 얻은 결과들을 요약해야 하는 **답안지**가 있다. 수치값은 주어진 데이터에 맞도록 유효숫자 개수를 맞춰야 한다.
6. 문제 풀이에 필요하다고 생각되는 내용은 빈 연습지에 적으시오. 최대한 수식, 숫자, 그림, 그래프를 많이 이용하시오. 글자는 가능한 적게 적으시오.
7. 사용한 모든 종이의 위에 있는 상자에 **국가, 국가 코드, 학생 번호, 문제 번호, 페이지 번호**, 각 문제에 사용된 모든 빈 연습지의 개수(**총 페이지수**)를 채우시오. 각 종이의 위에 해당되는 문제 번호와 파트 글자를 적으시오. 만약 채점 받고 싶지 않은 연습지가 있다면, 종이 전체에 큰 X 표를 그리고 종이 개수에 포함하지 마시오.
8. 시험이 끝나면, **아래 순서대로** 각 문제의 모든 종이를 정렬하시오;
 - 답안지
 - 사용한 용지를 순서대로
 - 채점 받고 싶지 않은 종이
 - 사용하지 않는 종이와 문제지종이를 봉투 안에 넣고 탁자 위에 모든 것을 놔두시오. 시험장 밖으로 **어떠한** 종이라도 가지고 나가는 것은 허용되지 않습니다.

문제 1

1A. 무거운 피스톤이 있는 용수철 실린더

연직 방향의 실린더 용기에 압력이 P_0 , 부피가 V_0 , 온도가 $T_0 = 300 \text{ K}$ 인 헬륨 기체 $n = 2 \text{ mol}$ 이 들어있는 상황을 생각하자. (Figure 1.1 을 보시오.) 마찰 없이 움직일 수 있는 질량 $m = 10 \text{ kg}$ (중력 가속도는 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 이다.), 단면적 $A = 500 \text{ cm}^2$ 의 수평 피스톤이 용기의 위쪽 부분을 진공으로 유지하면서 기체에 압력을 가하고 있다. 표면 접촉에서 기체가 새는 것과 용기, 피스톤, 용수철의 열용량은 무시하시오. 초기에 계는 평형 상태에 있고 용수철은 늘어나지 않은 상태이다. 용수철의 질량은 무시하시오.

- a. 피스톤이 평형 위치에서 살짝 벗어난 경우, 피스톤 진동의 진동수 f 를 계산하시오.

(2 점)

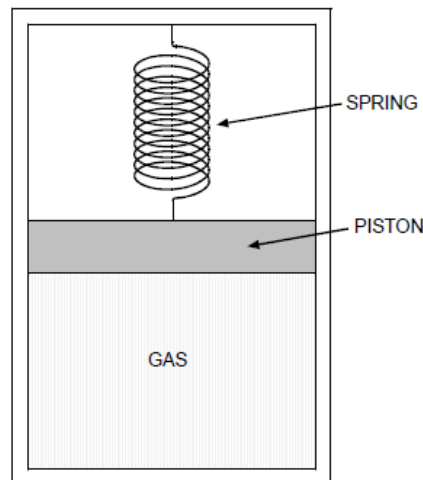


Figure 1.1

- b. 이제 피스톤을 기체 부피가 반이 될 때까지 누르고, 정지한 상태에서 놓는다고 하자.

피스톤의 속력이 $\sqrt{\frac{4gV_0}{5A}}$ 일 때 기체의 부피를 계산하시오. (3 점)

용수철 상수는 $k = mgA/V_0$ 다. 모든 과정은 단열이다. 기체 상수는 $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ 이다. 단원자 기체(헬륨)의 경우 비열비는 $\gamma = 5/3$ 이다.

1B. 그네 (5 점)

한 아이가 일어서고 앉는 것을 통해 그네의 운동을 증폭시키고 있다. 아이의 질량 중심의 궤적은 Fig. 1.2 에 나타나 있다. r_u 는 아이가 서있을 때 그네 축과 아이의 질량 중심 사이 거리, r_d 는 아이가 앉아 있을 때의 그네 축과 아이의 질량 중심 사이의 거리라고 하자. r_d 와 r_u 의 비는 $2^{1/10} = 1.072$ 라고 하자. 즉, 아이는 그네 축으로부터 평균 거리의 약 7% 정도만큼 질량 중심을 이동시키는 것이다.

분석을 간단하게 하기 위해 그네는 질량이 없고, 진폭은 충분히 작으며, 아이의 질량은 질량 중심에 모두 모여있다고 하자. 앉은 상태와 선 상태 사이의 전이(A 에서 B, E 에서 F 와 C 에서 D, G 에서 H)는 그네의 주기에 비해 충분히 짧아 순식간에 일어난다고 볼 수 있다.

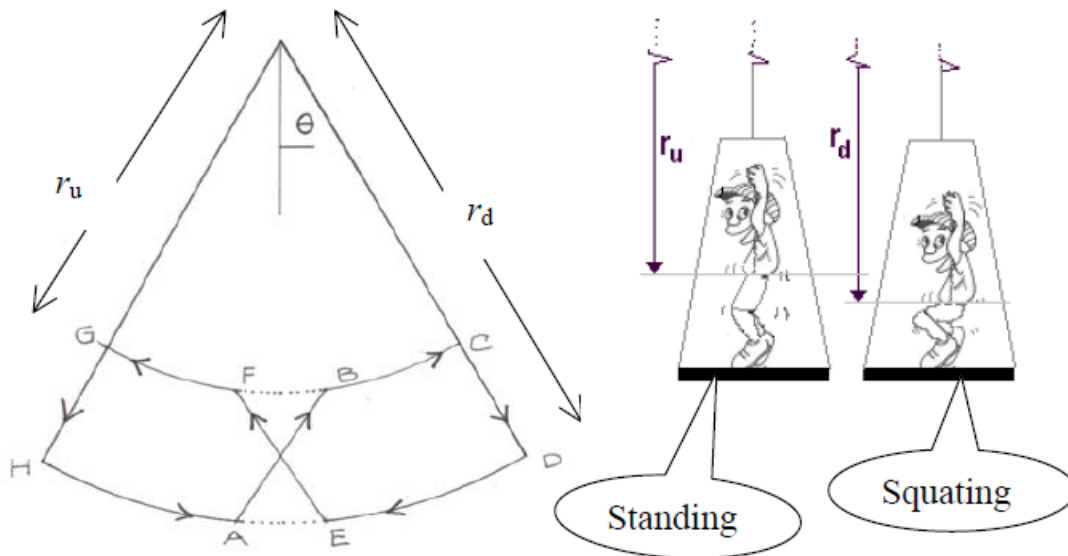


Figure 1.2

그네의 진폭(또는 최대 각속도)를 두 배로 증가시키기 위해 이 과정이 몇 번 필요한가?

이론 시험

최종 문제

국가 번호	국가 코드	학생 번호	문제 번호	페이지 번호	총 페이지 수

답안지

1A

a)

Hz

b)

V_{gas} (식) =

기체 부피의 수치값 =

1B

N (필요한 반복횟수) =

문제 2 자기장으로 초점 맞추기

장비들 중에서는 대전된 입자빔을 이용하는 것이 많다. 음극선은 오실로스코프, TV, 전자 현미경에 쓰인다. 이 장비들에서 입자빔은 광학 장비의 광선처럼 초점에 모이고 휘어진다.

입자빔은 전기장이나 자기장에 의해 초점에 모을 수 있다. 문제 2A 와 2B 에서 우리는 입자빔이 자기장에 의해 어떻게 초점에 모이는지 알아볼 것이다.

2A. 자기장을 이용해 초점을 맞추는 솔레노이드 (4 점)

Figure 2.1 은 긴 솔레노이드 (중심 부근) 안에 있는 전자총을 보여준다. 전자들은 양극에 있는 구멍에서 작은 횡 방향 속도를 가지고 나온다. 전자는 나선 궤도를 따라간다. 한 바퀴를 돈 이후, 전자는 구멍과 점 F 를 지나는 축으로 되돌아 온다. 솔레노이드 내부의 자기장 B 를 조절함으로써 모든 전자들이 한 바퀴 돈 이후 같은 점 F 에 모이게 할 수 있다. 아래의 데이터를 이용하시오.

- 전자를 가속시키는 전위차 $V = 10 \text{ kV}$
- 양극과 초점 사이 거리 $L = 0.50 \text{ m}$
- 전자의 질량 $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- 전자의 전하량 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$
- 문제를 비상대론적으로 다루시오.

- 한 바퀴를 돈 이후, 전자들이 축 위의 점 F 위에 돌아오도록 하는 자기장 B 를 계산하시오. (3 점)
- 솔레노이드의 단위 길이 당 감은 수가 500 인 경우, 흐르는 전류를 계산하시오.

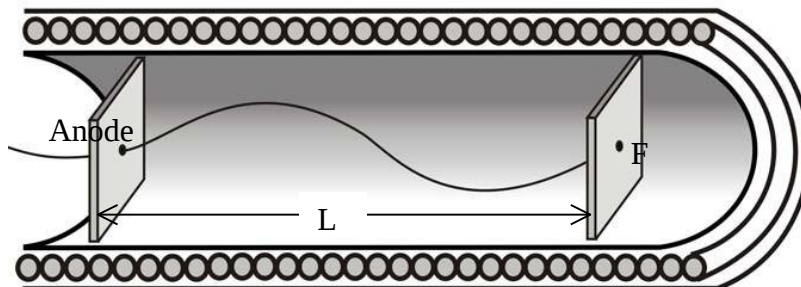


Figure 2.1

2B. 자기장으로 초점 맞추기 (가장자리 장) (6 점)

두 자석이 수평 평면에 거리를 두고 놓여 있어 둘 사이 자기장이 연직 방향으로 B 가 되도록 하고 있다. (Figure 2.2 를 보시오.) 두 자석의 마주보고 있는 면은 길이 l , 너비 w 의 직사각형이다. 자석의 테두리 부분의 가장자리 장을 고려하자. (가장자리 장은 가장자리 효과와 관련이 있는 장이다.) 가장자리 장이 거리 b 까지 퍼져있다고 하자. (Fig. 2.3 을 보시오.) 가장자리 장은 두 개의 성분 $B_x \mathbf{i}$ 와 $B_z \mathbf{k}$ 을 가진다. 간단하게 하기 위해 $|B_x| = B|z|/b$ 이며, 여기서 $z=0$ 은 간극의 중간 평면이다. 좀 더 명시적으로 얘기하자면:

- 입자가 가장자리 장에 들어올 때 $B_x = +Bz/b$
- 입자가 자석을 지난 이후 가장자리 장에 들어올 때 $B_x = -Bz/b$

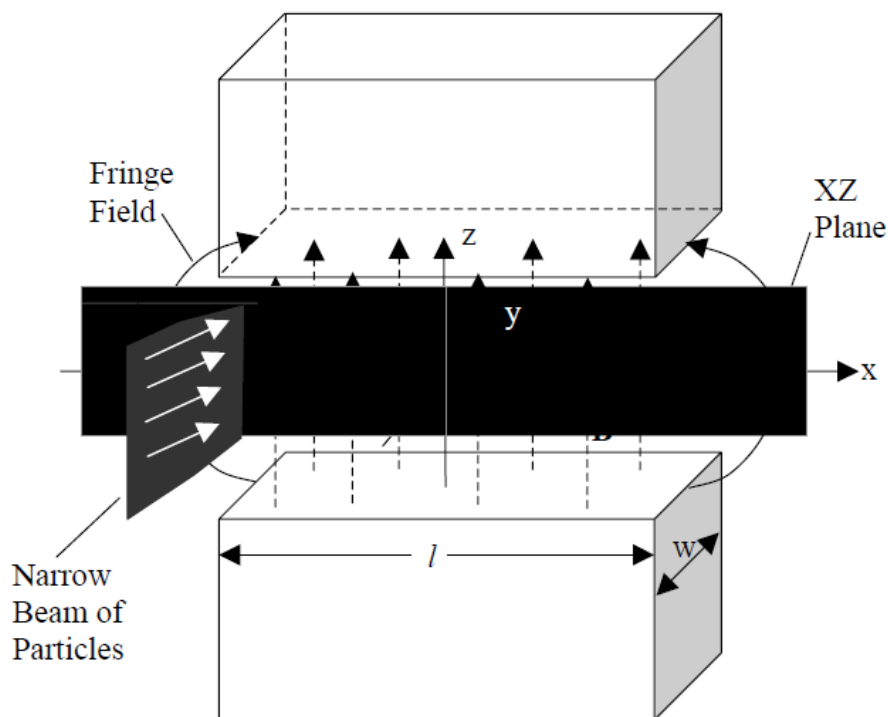


Fig.2.2: Overall view (note that θ is very small).

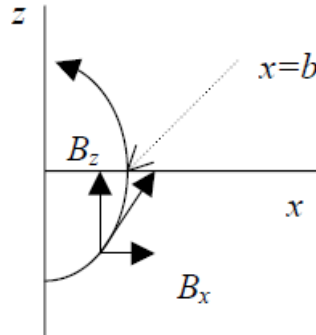


Figure 2.3. Fringe field

각 입자의 질량이 m , 전하량이 q 인 좁은 평행 입자빔이 수평면에 평행한 빠른 속도 v 를 가지고 (중심 부근으로) 자석에 들어간다. 빔의 연직 크기는 자석 사이 거리와 비교할 수 있을 정도이다. 특정 빔이 자석의 중심선과 각도 θ 를 이루고 들어온 뒤, 각도 $-\theta$ 로 나간다. (Figure 2.4 를 보시오. θ 는 매우 작다고 가정한다.) 입자가 가장자리 장에 들어올 때의 각도 θ 는 입자가 균일한 장에 들어갈 때의 각도 θ 와 같다고 가정하자.

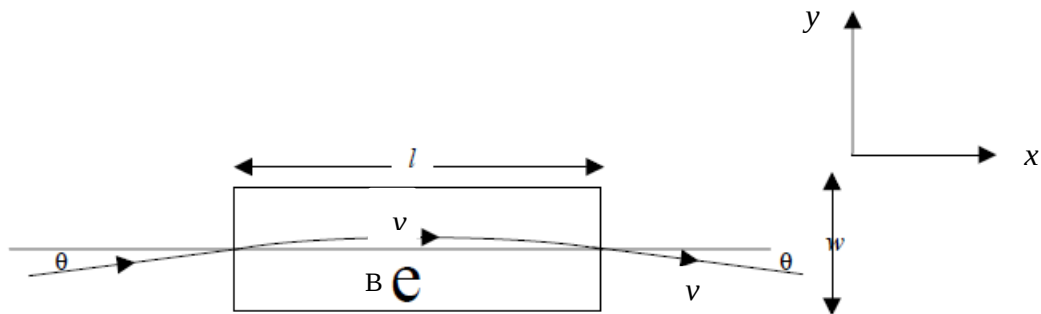


Figure 2.4. Top view

빔은 가장자리 장에 의해 초점에 모이게 된다. Figure 2.5 에서 나타난 것과 같이 초점 거리를 정의했을 때 근사적인 초점거리를 계산하시오. ($b \ll l$ 이고, 균일한 자기장 B 에 의한 z 방향 휘어짐은 매우 작다고 가정하시오.)

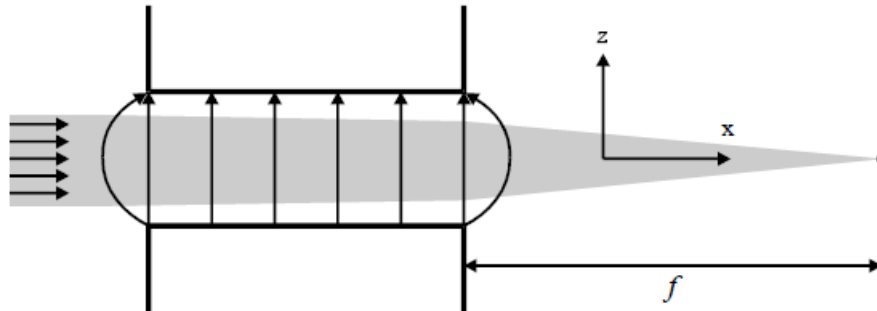


Figure 2.5. Side view

이론 시험

최종 문제

국가 번호	국가 코드	학생 번호	문제 번호	페이지 번호	총 페이지 번호

답안지

2A

a)

B (식) =

B = mT

b)

I (식) =

I = ampere

2B

초점 거리 (식) =

문제 3 움직이는 거울에 의한 빛의 반사

상대론적으로 움직이는 거울에 의한 빛의 반사는 이론적으로 새로운 것이 아니다. 아인슈타인은 속도 $\vec{v}$ 로 움직이는 거울에 의한 반사 공식을 얻기 위해 로렌츠 변환을 사용했거나 그 가능성을 논한 적이 있다. 하지만 이 식은 상대적으로 더 간단한 방법을 통해 유도될 수 있다. Fig. 3.1 과 같이 반사 과정을 고려하자. 여기서 평면 거울 M 은 실험실 좌표계 F에서 속도 $\mathbf{v} = v\hat{e}_x$ 로 움직인다. (여기서 $\hat{e}_x$ 은 x 방향의 단위 벡터이다.) 거울은 속도 방향과 각도 ϕ 를 이루고 있다. (Figure 3.1에서 $\phi \leq 90^\circ$ 임을 명심하시오.) 거울 평면의 법선 벡터는 $\mathbf{n}$ 이다. 빛의 입사각은 α , 반사각은 β 이며 이 각들은 각각 $\mathbf{n}$ 과 입사광 1, 반사광 1'이 실험실 좌표계 F에서 이루는 각이다. 식이 다음과 같음을 보일 수 있다.

$$\sin \alpha - \sin \beta = \frac{v}{c} \sin \phi \sin (\alpha + \beta)$$

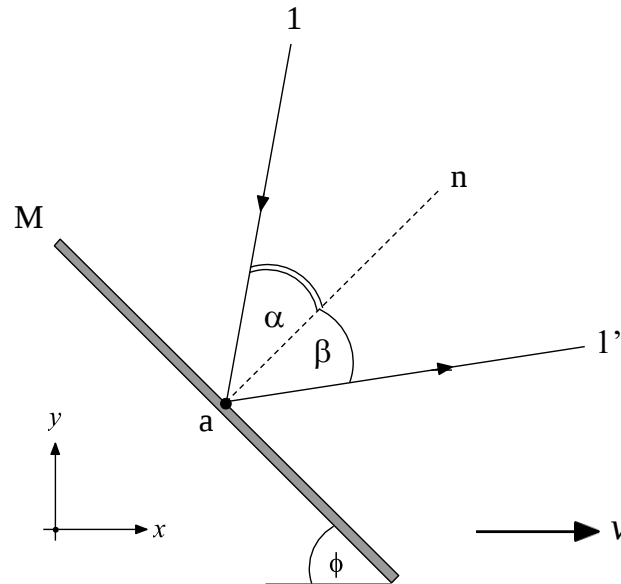


Figure 3.1. 상대론적으로 움직이는 거울에 의한 빛의 반사

3A. 아인슈타인의 거울 (2.5 점)

약 1 세기 전 아인슈타인은 일정한 속도 $\mathbf{v} = -v\hat{e}_x$ 로 움직이는 거울에 전자기파가 반사될 때의 반사 법칙을 유도하였다. (Fig. 3.2 를 보시오.) 거울의 정지좌표계에서 얻은 결과에 로렌츠 변환을 적용함으로써 아인슈타인은 다음 식을 얻었다.

$$\cos \beta = \frac{\left(1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \cos \alpha - 2 \frac{v}{c}}{1 - 2 \frac{v}{c} \cos \alpha + \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad (2)$$

로렌츠 변환을 사용하지 말고 식 (1)을 이용해서 이 식을 유도하시오.

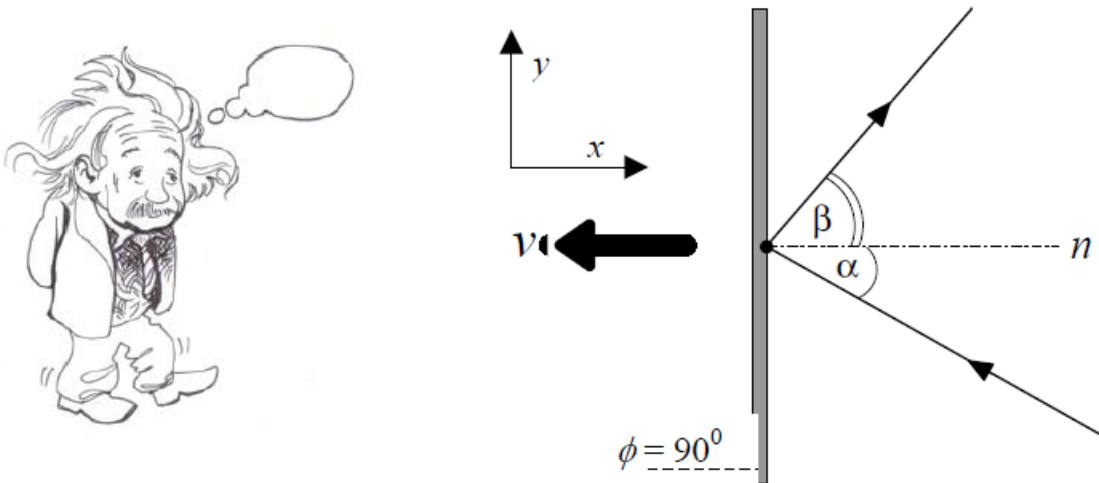


Figure 3.2. Einstein mirror moving to the left with a velocity v .

3B. 진동수 편이 (2 점)

3A 와 같은 상황에서 거울 M 에 입사하는 빛이 진동수 f 의 단색광이라면 움직이는 거울의 표면에서 반사된 이후 빛의 진동수 f' 을 계산하시오. 만약 figure 3.2 에서 $\alpha = 30^\circ$ 이고 $v = 0.6c$ 라면 진동수 f 에 대한 진동수 편이 Δf 의 비를 퍼센트로 계산하시오.

3C. 움직이는 거울 공식 (5.5 점)

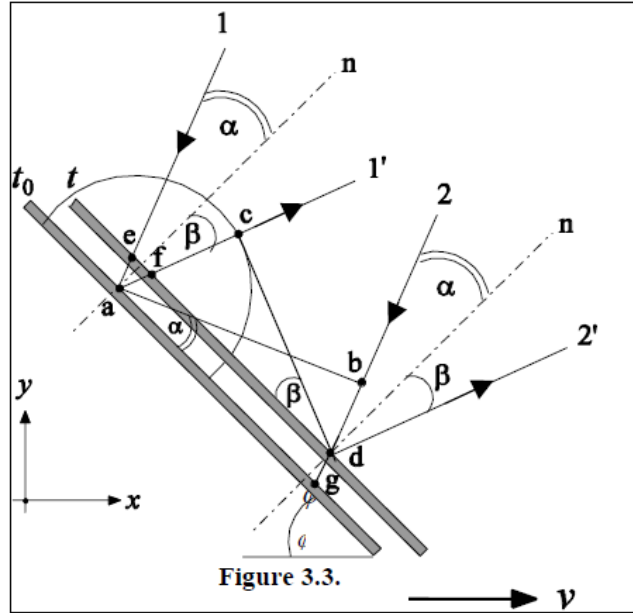


Figure 3.3 은 각각 시간 t_0 와 t 일 때 거울의 위치를 보여준다. 관측자가 왼쪽으로 움직이고 있기 때문에 거울은 상대적으로 오른쪽으로 움직인다. 광선 1 은 점 a 에 도달한 후 반사되어 빛 $1'$ 이 된다. 광선 2 는 점 d 에 도달한 후 반사되어 빛 $2'$ 이 된다. 따라서 $\overline{ab}$ 는 시간 t_0 에 입사하는 빛의 파면이다. 각 점의 원자들은 입사 광선의 파면 $\overline{ab}$ 에 의해 교란된 이후 전자기파를 방사한다. 파면 $\overline{ab}$ 에 의한 교란은 파면이 점 d 에 도달하는 시간 t 가 되면 멈추게 된다. 그림의 반원은 시간 t 에서의 파면을 나타낸다.

Figure 3.3 을 참고해서 빛의 전파나 다른 방법을 사용해서 식 (1)을 유도하시오.

이론 시험

최종 문제

국가 번호	국가 코드	학생 번호	문제 번호	페이지 번호	총 페이지 수

답안지

3

3A) 아인슈타인의 거울

증명:

3B. 진동수 편이

진동수 편이 =

3C. 움직이는 거울 공식

증명: