

스턴-갈라흐 실험¹

스턴-갈라흐 실험은 1922년에 수행되었으며, 결국 전자의 자기 모멘트를 결정하게 되었습니다. 이 실험에서 은 원자 빔은 각각 질량당 $m = 1.80 \times 10^{-25} \text{ kg}$ 이 온도 $T = 1.20 \times 10^3 \text{ K}$ 로 유지된 오븐에서 나옵니다(그림 1 참조). 오븐에서 나올 때 모든 원자가 빔의 방향(z -방향)을 따라 동일한 운동량을 갖는다고 가정합니다. 중력은 무시합니다.

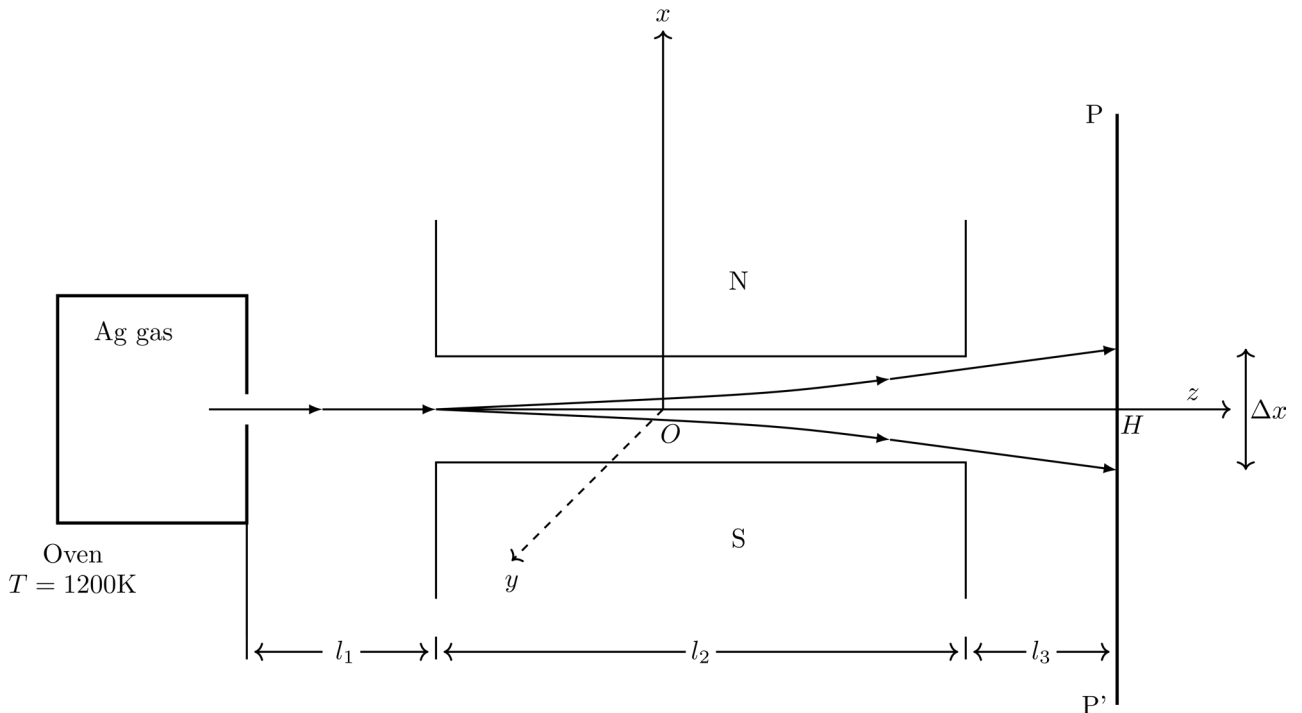


그림 1: 스턴-갈라흐 설정의 개략도.

- A.1** 은 원자의 속도: 은 원자가 나오는 속도 v_z
오븐은 등분 정리를 사용하여 $3k\sqrt{BT}/m$ 로 추정할 수 있습니다.
이 값을 계산합니다.

0.5pt

¹ H. S. 마니(전 HRI 이사, 프라야그라즈)와 가우탐 다타(DAICT, 간디나가르)가 이 주요 저자였습니다. 학술 위원회, 학술 개발 그룹, 국제 이사회의 공헌에 감사드립니다.

B.1 기본 표현식입니다: 오븐에서 나온 은 원자가 움직입니다.
 z - 거리를 따라 방향 $l_1 = 0.25 \text{ m}$. 다음으로 은 원자가 통과합니다.
 두 자석 사이의 거리 $l_2 = 0.5 \text{ m}$ 자석은 인호-
 일정한 기울기 dB/dx 를 갖는 x -방향의 모젠자성 자기장 B .
 은 원자가 다음 중 하나를 가리키는 자기 모멘트를 가지고 있다고
 방향 $\pm \mu_s$ 에: $\mu_s = \pm \mu_{sl}$: 자석을 통과한 후
 은 원자는 더 먼 거리 $l_3 = 0.25 \text{ m}$ 를 통과한 후
 화면 PP' . 화면의 두 광선 사이의 거리는 Δx 입니다.
 화면에서 분할 거리 Δx 에 대한 식을 도출합니다.

2pt

불균일 자기장:

이 부분은 비균질 자기장을 생성하기 위한 설정과 관련이 있습니다($dB/dx \neq 0$). 여러 하위
 부품으로 구성되어 있습니다. z 축에 평행한 두 개의 매우 긴 전선은 I_0 크기의 전류를 전달하며 1 및 (2)에
 위치합니다($0, -a, z$) $A(0, a, z)$ 에 위치합니다(아래 그림 참조). 전류가 통과하는 방향은
 $y = -a$ 이며, 통과하는 전류의 방향은 $y = a$ 입니다. 전체 시스템은 높은 상대 자기 투자율의 매체
 내부에 있습니다 μ_r . 우리는 $\mu = \mu_0 \mu_r$. 전선은 절연되어 있으며 전류가 누출되지 않습니다.
 매체.

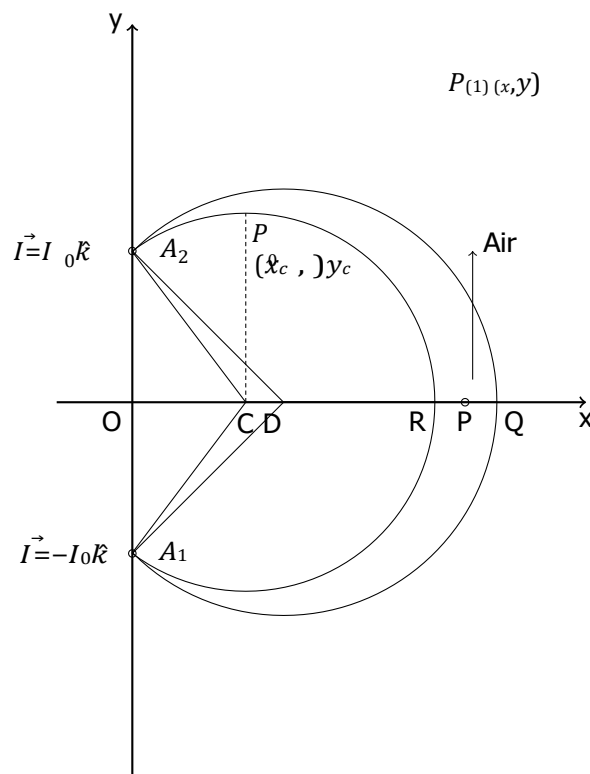


그림 2: 불균일 자기장의 배치도

C.1 $P_{(1)}(x, y, 0)$ 의 한 점에서 자기장 벡터의 식을 구합니다. 1.5pt
 xy -평면(그림 2 참조).

C.2 x -축($x_c, 0$)에 중심이 C이고 반지름이 다음과 같은 원이 있다고 가정해 보겠습니다.
 AC (그림 2 참조). 다음에서 자기장의 방향을 구합니다.
 원주점 R (x 축)과 P_0 (CP_0 은 y 축과 평행)에 있습니다.

C.3 이제 원 사이의 높은 자기 투과성 매질의 작은 조각이 제거됩니다. 반경
 AC 및 AD 를 가진 0.5pt가 제거되고 매우 낮은 압력에서 공기로 대체됩니다(그림 2). 연속성 고려를 통해 이 갭 영역의 자성 매질이 제거되지 않은 경우와 동일한 식이 주어진다는 것을 보여줄 수 있습니다. (우리는 이것을 가정할 것이며 다음을 증명할 필요는 없습니다.)
 이). 따라서 $(x, 0)$ 점의 자기장에 대한 식을 서술하십시오.
 에어 갭 영역.

D.1 포스: 앞서 언급했듯이 은 원자는 $(x, 0, z)$ 방향으로 이동합니다. 0.5pt
 평면에서 속도를 z 축에 평행하게 하고 $\vec{v} = v_z \hat{k}$ 으로 지정합니다. 또한 다음을
 은 원자의 자기 쌍극자는 $\vec{\mu}_s = \pm \mu_{sl}$ 입니다. 식을 구합니다.
 x 방향을 따라 은 원자에 작용하는 힘 F_x 의 크기입니다.
 $\mu_s, I_0, a\mu$ 및 관련 좌표.

E.1 자기장과 그 기울기: 다음과 같은 힘 F_x 이 작용한다고 가정합니다. 2.0pt
 z 축을 따라 작은 거리 $l_{(2)}$ 에 걸쳐 있습니다(그림 1). 또한 은 색
 원자는 RQ 중간 지점 P 를 통과합니다(그림 2). 다음 실험은
 탈 값이 주어집니다:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 10^4; \quad a = 0.60 \text{ cm}; \quad OC = 0.60 \text{ cm}; \quad OD = 0.80 \text{ cm}; \quad I_0 = 2.00 \text{ A}$$

여기서 μ_0 은 자유 공간의 자기 투과성입니다. 숫자 값을 구합니다.
 의 자기장 크기 B_P 와 그 기울기 dB_P/dx 의 중간값입니다.
 포인트를 S.I.

F.1 은 원자의 자기 모멘트: $v_z = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 및 자성 1.5pt
 필드가 위와 같이 계산되면, 스턴-갈라흐 실험은 분할을 산출합니다. =
 0.20 cm. 은 원자의 자기 모멘트 값 μ_s 을 S.I. 단위로 구합니다.
 단위.

이론



Q1-4

Official (영어)

G.1 선의 확산: 은 원자의 속도는 모두 같지 않을 수 있습니다. Let
빔 속도에 20%의 확산이 있습니다. 그 결과는 어떻게 될까요?
화면에서 δx 점이 퍼지는 것을
H 3 1 0 2

0.5pt

H.1 자기 모멘트의 오차: 결과 오차 막대는
자기 모멘트 평가 $\delta\mu_s$

0.5pt

상 전이를 위한 기계적 모델¹

반지름 R 의 고리에는 무시할 수 있는 크기와 질량의 구슬 m 이 끼워져 있습니다. 링은 그림 1과 같이 각속도로 수직 지름을 중심으로 회전하도록 설정되어 있습니다. 이와 함께 비드에는 정상 반응 N 에 비례하는 반대 힘인 F_f 이 작용하며 다음과 같이 주어집니다.

$F_f = f k N$ 여기서 f 은 1 또는 -1입니다. 극좌표 $\{r, \theta\}$ 를 사용하는 것이 좋습니다. 가능한 한 $\omega_c = \sqrt{g/R}$ 로 답을 표현하세요. 여기서 g 중력에 의한 가속도의 크기입니다.

상전이에서 자유 에너지, $V(\mathcal{M})$ 적 등가물은 위치 에너지]는 다음과 같이 자화 $\mathcal{M}$ 에 따라 달라집니다.

$$V(\mathcal{M}) = a(T)\mathcal{M}^{(2)} + b(T)\mathcal{M}^{(4)}$$

여기서 $T \rightarrow$ 온도 $b(T) > 0$ 및 $a(T)$ 는 온도에 따라 부호가 바뀝니다. 위에서 언급한 모델을 사용하여 상전이 현상을 이해하려고 합니다.

참고 1: 반경이 R 인 원 운동의 경우 극좌표에서의 속도는 $\vec{r} = R\dot{\theta}\hat{\theta}$ 가 속도입니다.

는 $\vec{r} = -R\theta^2\hat{r} + R\theta\hat{\theta}$ 입니다. 여기서 $\hat{r}$ 와 $\hat{\theta}$ 는 각각 반경 방향과 접선 방향의 단위 벡터입니다.

참고 2: 반대되는 힘의 방향 F_f 은 f 으로 표시됩니다. 여기서 비드가 시계 반대 방향(증가 방향)으로 움직이는 경우 $f = +1$, 시계 방향으로 움직이는 경우 $f = -1$ 입니다.

θ 예: $f = \text{sgn}(\theta)$ 여기서 sgn 는 인수가 양수인지 음수인지에 따라 +1 또는 -1입니다.

참고 3: 확장 기능을 찾을 수 있습니다.

$$\begin{aligned}\sin(\theta) &= \theta - \theta^3/6 + \dots \\ \cos(\theta) &= 1 - \theta^2/2 + \theta^4/24 + \dots \\ (1+x)^n &= 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + n(n-1)(n-2)x^3/6 + \dots\end{aligned}$$

(여기서 θ 은 라디안 단위, $|x| \ll 1$)은 문제의 일부에 유용합니다.

¹이 문제의 주 저자는 Sitikantha Das(IIT 카라그푸르)와 Pramendra Ranjan Singh(나라얀 칼리지, J.P. 대학교 교장)입니다. 학술 위원회, 학술 개발 그룹 및 국제 이사회의 공헌에 감사드립니다.

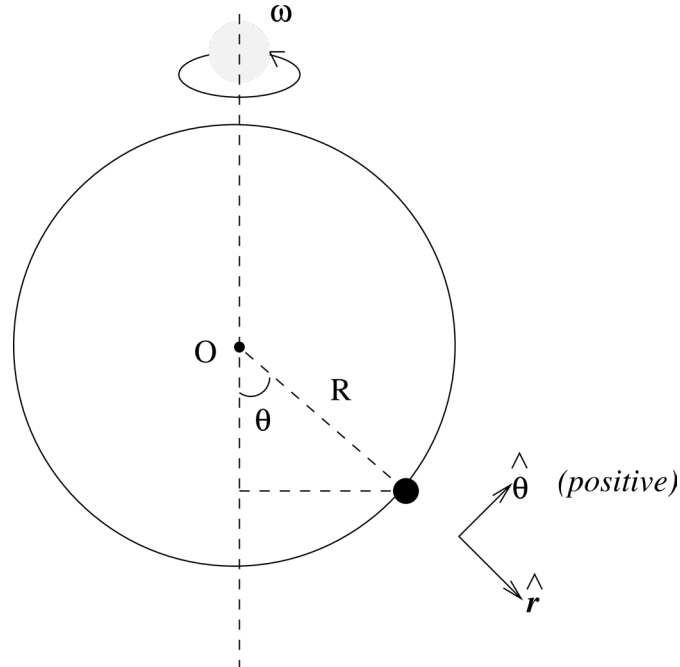


그림 1: 회전하는 링의 비드.

다음에서는 회전 링의 프레임에서 비드의 역학 및 범위의 각도에 대해 이해합니다. . 비드의 자유 물체 다이어그램은 그림 2에 나와 있습니다. 자유 물체 다이어그램에 표시된 힘 이외의 모든 힘을 무시하십시오.

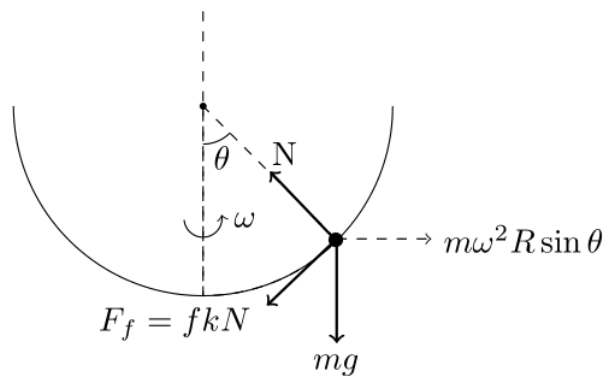


그림 2: 자유 물체 다이어그램.

- A.1** 방사형 F_r 및 접선 F_θ com-의 운동 방정식을 적으세요
 비드에 가해지는 힘의 요소입니다. θ 시계 반대 방향으로 증가한다고
 방향을 나타냅니다.

0.5pt

다음 **B.1**부터 **B.9**까지는 $k=0$ 으로 가정합니다.

B.1	평형 각도 θ_0 사이의 관계를 $\{\omega, \omega_c\}$ 의 관점에서 서술하십시오.	1.0pt
B.2	θ_0 (y-축)을 ω/ω_c (x-축)의 함수로 정성적으로 스케치합니다.	0.5pt
B.3	비드에 대한 정상 반력의 크기를 다음과 같이 정성적으로 스케치하십시오. 안정된 평형에서 ω/ω_c 의 함수입니다.	0.5pt
B.4	접선력에 해당하는 포텐셜 에너지를 정의합니다, F_θ 즉 $F_\theta = -\frac{1}{R} \frac{dV(\theta)}{d\theta}$ $\theta=0$. $V(\theta)$ 를 $P+Q \cos(\theta)$ 로 표현할 경우 + $S \sin^2(\theta)$, P, Q, S 을 그하십시오.	1.0pt
B.5	$V(\theta)$ 를 작게 θ 로 확장하여 $V(\theta) = a(\omega)\theta^2 + b(\omega)\theta^4$ 로 표현할 수 있습니다. 언더 계수 $a(\omega)$ 및 $b(\omega)$.	1.0pt
B.6	ω/ω_c 값이 1.0보다 작은 경우 $V(\theta)$ 대 θ 의 대표 플롯을 만듭니다. (예: 0.9) 및 ω/ω_c 큰 경우 5.0입니다. 정성적 스케치만 사용할 수 있고 플롯에 대한 자세한 계산이 필요합니다.	1.0pt
B.7	랜도 이론을 사용하여 2차 상 전이를 구분할 수 있습니다. 간단한 자기 시스템을 두 단계로 나눕니다. 온도 T 보다 큰 경우 임계 온도 T_c 시스템은 상자성입니다. $T < T_c$ 시스템 는 강자성이고 자화 $\mathcal{M}$ 는 다음과 같이 주어집니다. $\mathcal{M}(T) = \mathcal{M}(0)(1 - T/T_c)^{(1/2)} \quad T < T_c$ 지수 1/2을 β 으로 표시해 보겠습니다. 이 동작을 비드 문제를 설명합니다. 우리의 경우 $\mathcal{M}, T_c T/T_c$ 의 유사체는 무엇인가요? 이 경우 β 의 등가 값은 얼마인가요?	1.0pt
B.8	비드가 꺼졌을 때 비드의 진동 각도 주파수 Ω_0 을 결정합니다. "평형" 위치에서 회전 θ_0 . 작은 진동의 경우 $\Omega_0 = \frac{1}{R} \sqrt{V^{(2)}(\theta_0)}$	1.0pt
B.9	Ω_0 을 ω 의 함수로 정성적으로 스케치합니다.	1.0pt

다음 부분 C.1 ~ C.2 $k \neq 0$.

- C.1** $f=1$ 을 $k=\tan\alpha$ 으로 표현합니다. 평형에 대한 조건을 표현할 수 있습니다.
리움 각도(들) θ_0 AS

1.0pt

$$\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 = \frac{\tan(x)}{\sin(y)}$$

x 및 y 을
각각의 경우

- C.2** $f=1$, $k=0.05$ 가 주어집니다. 평형 각도 θ_0 을 구합니다(있는 경우).
다음과 같은 경우에
1. $\omega/\omega_c=0.50$
 2. $\omega/\omega_c=0.70$

0.5pt

맥스웰, 레일리, 에베레스트 산: 문제¹

레이레이 경은 1897년 인도 다질링을 방문했습니다. 170km 떨어진 에베레스트 산을 바라보며 그는 26년 전 제임스 맥스웰이 공기에 의한 빛의 감쇠와 멀리 떨어진 봉우리의 가시성에 대해 질문한 내용이 떠올랐습니다. 레이레이 경은 2년 후인 1899년에 이 문제를 연구한 유명한 연구 논문(2)을 저술했습니다. 이 문제에서는 적어도 부분적으로나마 레이일리 경의 추론을 현대적으로 재구성해 보려고 합니다.

전자 구름의 진동: 질량, 반경 및 전하가 균일한 구형의 전하 구름으로 둘러싸인 고정된 양전하로 q 전형적인 중성 공기 분자를 모델링합니다. , 반경 및 전하 r q . 분자의 고유 진동 각 주파수는 ω_0 . 빛이 입사되고 음전하 구름이 진동합니다. 의 각 주파수로 구형을 유지합니다(ω ,

$$y = y_0 \cos(\omega t), \quad (1)$$

전기장의 영향을 받아

$$\vec{E}(t) = E_0 \cos(\omega t) \hat{y}, \quad (2)$$

를 나타냅니다. 여기서 y 는 분자의 고정된 양전하와 음전하 구름의 중심 사이의 분리를 나타냅니다.

A.1 y 에 대한 운동 방정식을 설정합니다. 크기에 대한 기여도를 취합니다. 0.5pt
의 전기장으로 인한 가속도를 $E(t)$ 정의합니다.

A.2 위에 제공된 정보를 바탕으로 y 에 대한 방정식을 풀니다. 에서 0.5pt
진폭.

A.3 공기 분자의 쌍극자 모멘트의 크기 $p(t)$ 를 함수로 구합니다. 0.5pt
의 시간 $\omega \ll \omega_0$.

A.4 q, m 및 r 에서 ω_0 에 대한 식을 구합니다. 0.5pt

방사되는 전력: 정현파 시간 의존 쌍극자는 전자기 복사를 방출합니다. 방사되는 전력은 쌍극자 모멘트의 진폭, 진공 투과도, 빛의 속도, 진동 주파수에 따라 달라집니다. , 진공의 유전율, 빛의 속도 c , 그리고 진동 주파수 ω 에 따라 달라집니다. ω

$$p_0 = qy_0$$

B.1 차원 분석을 사용하여 방사되는 평균 전력 s 다음 값으로 표현합니다. 1pt
이 수량입니다.

¹ 아미타브 비르마니(CMI, 첸나이)와 A. C. 비야니(은퇴한 나가르주나 P.G. 과학대학, 라이푸르)가 이 문제의 주 저자입니다. 학술 위원회, 학술 개발 그룹 및 국제 이사회의 공헌에 감사드립니다.

² Philosophical Mag. "대기를 통한 빛의 투과... 그리고 하늘의 파란색의 기원에 관하여", 47권, 375-384쪽 1899년

- B.2** 비례 상수를 $1/12\pi$ 로 취합니다. 거듭제곱의 답을 표현합니다.
방사 sE_0, ω_0, ω 및 관련 수량. $\omega \ll \omega_0$.

0.2pt

강도의 감쇠 $I(x)$: 전자기파의 강도는 다음과 같습니다.

$$\frac{1}{2}c\epsilon_0 E_0^2. \quad (3)$$

빛의 경로를 따라 강도가 감소하는 이유는 다음과 같습니다.

$$S = n_0 s \quad (4)$$

는 단위 부피당 손실됩니다. 여기서 $n_{(0)}$ 은 단위 부피당 분자 수입니다.

- C.1** 강도 $I(x)$ 에 대한 미분 방정식을 **dis-**의 함수로 설정합니다.
 x .

1pt

- C.2** x 의 함수로서 강도 $I(x)$ 에 대한 식을 구합니다.
특성 길이 척도 L 강도의 하락과 관련이 있습니다. ini-
 I_0 .

0.5pt

- C.3** m 을 전자의 질량으로 가정합니다(일반적으로 전자는 하나만 구성합니다.
충전 클라우드는)

0.3pt

$$n_0 = 2.54 \times 10^{25} \text{m}^{-3}, \quad (5)$$

$$\omega_0 = 1.25 \times 10^{16} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (6)$$

$$\omega = 3.25 \times 10^{15} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (7)$$

L 의 숫자 값(킬로미터)을 구합니다.

D.1

관찰자가 본 산의 높이 H' : 그림에서 P

2pt

히말라야 동부의 고산지대인 다르질링을 나타냅니다 = 2042m

해수면 위. BS 라인은 에베레스트 산을 나타내며 $d=170\text{km}$ 떨어져 있습니다.

다질링에서 출발하며 높이 $H=8848\text{m}$. 또 다른 봉우리 칸첸 산-

정가 표시되지 않음)는 다르질링에서 75km 떨어져 있으며 높이가 높습니다.

8586 m. 수직 높이의 식과 숫자 값을 얻습니다.

H' 의 관점에서 다르질링의 관찰자가 본 산들의

위에 언급된 수량, 관찰자가 아래를 볼 수 없다고 가정합니다.

지역 지평선을 찾습니다. 적절한 그림입니다. 지구의 반지름 R 을

6378km가

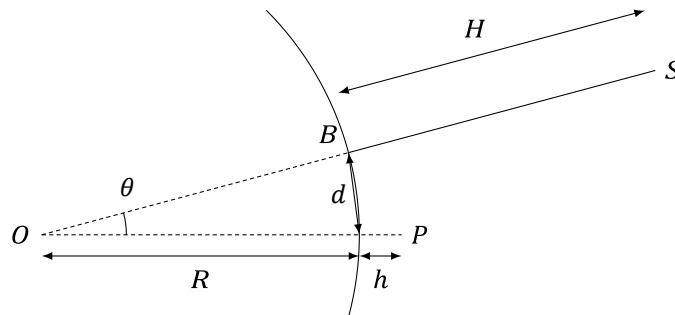


그림 1. 산 BS 높이의 산과 H 그리고

관찰자 P 높이 h . 그림은 축척이 적용되지 않았습니다.

E.1

다르질링에 있는 칸첸중가 산의 강도를 기준으로 삼으세요.

1pt

다질링에서 칸첸중가 산에 비해 에베레스트 산의 강도는 어느 정도일까요? 이

문제에서는 높이에 따른 공기 분자의 수 밀도 변화를 무시합니다. 강도가 기준값의

5% 이상이면 산이 보인다고 합니다. 다질링에서 에베레스트 산을 볼 수 있나요?

F.1

에어로졸 오염으로 인한 감쇠 길이 L_p : 위에서 계산한 값은

1pt

특성 길이 척도 L 배설물로 인한 강도 저하와 관련이 있습니다.

공기 분자를 이용한 테어링. 이제 우리는 특성 길이에 관심이 있습니다.

L_p 에어로졸 파티로 인한 산란으로 인한 강도 저하와 관련이 있습니다.

클레스(오염). L_p 입자의 수 밀도 n 와 입자 크기에 따라 달라집니다.

반경 r 의 에어로졸 입자의 단면 면적 πr^2 입니다. 이 의존성을 얻습니다.

물리적 인사이트와 차원 분석을 사용합니다. 차원이 없는 단점을

를 1/8로 유지합니다. 경미한 오염을 감안할 때 다르질링의 평균 에어로졸 밀도

는 $\rho_p = 5 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 이며, 평균 반경은 500나노미터입니다. 길이란 무엇인가요?

L_p ? 개별 에어로졸 입자의 밀도를 $\rho = 3 \text{ g}/\text{cm}^3$ 으로 가정합니다. 참고 $1\mu =$

10^{-9}kg 및 $1\text{nm} = 10^{-9}\text{m}$.

이론



Q3-4

Official (영어)

- G.1** 칸첸중가 산과 에베레스트 산의 상대적 강도와 가시성 : Es-
기준값을 기준으로 칸첸중가 산과 에베레스트 산의 상대적인 오염도를
측정하세요. 다르질링에서 이 봉우리 중 어느 봉우리가 보일까요? 빛이 이동하는
경로 전체에 걸쳐 공해가 균일하다고 가정합니다.

1pt