

소개

그림 1은 자이로스코프이다. 자이로스코프는 방향과 각속도를 측정하거나 유지하는 데 사용되는 장치이다. 축이 어느 방향이든 자유롭게 가리킬 수 있도록 짐벌에 장착된 회전 바퀴로 구성된다. 회전할 때 축의 방향은 각운동량 보존에 의해 마운팅의 기울어짐이나 회전에 영향을 받지 않는다.

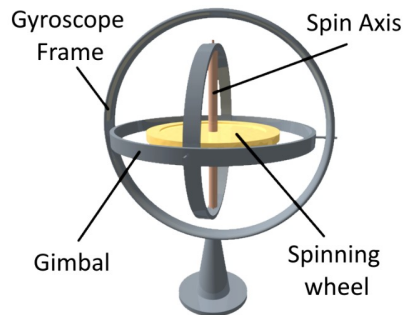


그림 1. 자이로스코프

자이로스코프는 외부 토크가 가해지지 않으면 시스템의 각운동량은 일정하게 유지된다는 각운동량 보존 원리를 기반으로 한다. 자이로스코프에서 회전하는 바퀴는 큰 각운동량을 갖는다. 외부 힘이 자이로스코프의 축을 회전시키려고 하면 자이로스코프는 각운동량으로 인해 방향 변화에 저항한다. 이 동작은 축을 중심으로 회전하는 팽이와 유사하며 회전 효과로 인해 균형을 유지하고 기울기를 안정화한다.

자이로스코프의 동작은 강체 회전에 대한 오일러 방정식으로 설명할 수 있다. 이 방정식은 토크와 회전 속도를 설명하고, 자이로스코프가 다양한 조건에서 작동하는 방식과 이유를 알려준다. 정확한 방향 정보가 중요한 내비게이션 시스템과 같은 분야에서 자이로스코프는 매우 중요하다. 그 외에도 자체 균형 유지 외발 전동휠과 로봇의 자체 균형 유지를 위한 회전 센서에 자이로스코프가 사용된다.

실험 지시사항

- 1) 테이블 위에 정전기 방지 매트를 놓는다.
- 2) 그림 1과 같이 별 모양 나사 3개를 A모양 받침대 바닥에, 측면에는 손잡이 나사를 고정한다.
- 3)



그림 1

- 4) 진동과 소음을 줄이기 위해 A형 받침대를 정전기 방지 매트 위에 놓는다.
- 5) 자이로스코프 메인 수직 스탠드를 받침대에 삽입한다.
- 6) 알루미늄 바를 그림과 같이 스탠드 중앙에 삽입하고 제공된 별 모양 중앙 나사로 단단히 고정하여 그림 2와 같도록 한다.



그림 2

7) 그림 3과 같이 하단의 잭을 전원 어댑터에 연결한다.



그림 3.

8) 모터에 공급하는 전압의 극성을 변경하려는 경우 제공된 드라이버를 사용하여 변경할 수 있다.

모터의 설치

1) 모터를 알루미늄 바에 나사로 고정하고 그림 4와 같이 모터의 잭을 수직 스탠드의 잭에 연결한다.



그림 4

2) 커플러는 그림 5와 같이 구멍에 맞는 작은 볼트와 너트를 사용하여 디스크에 부착할 수 있다.

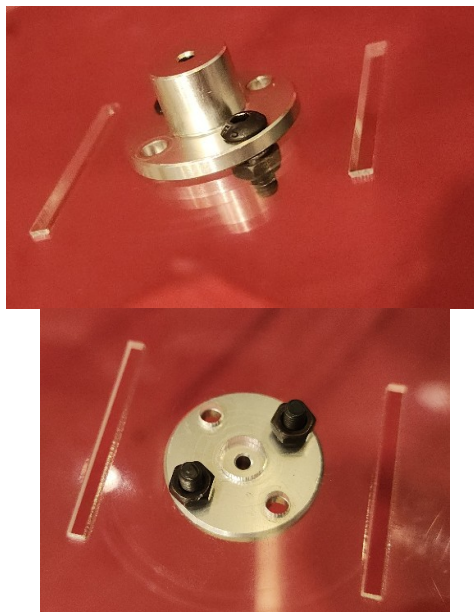


그림 5

3) 그런 다음 커플러를 모터 샤프트에 설치하고 그림 6과 같이 측면에서 잠금 나사를 사용하여 고정한다.



그림 6

26mm 디스크 설치 방법

- 1) 26mm 디스크를 와서 2개 사이에 넣는다.
- 2) 그림 7과 같이 제공된 나사를 사용하여 알루미늄 바에 고정한다.

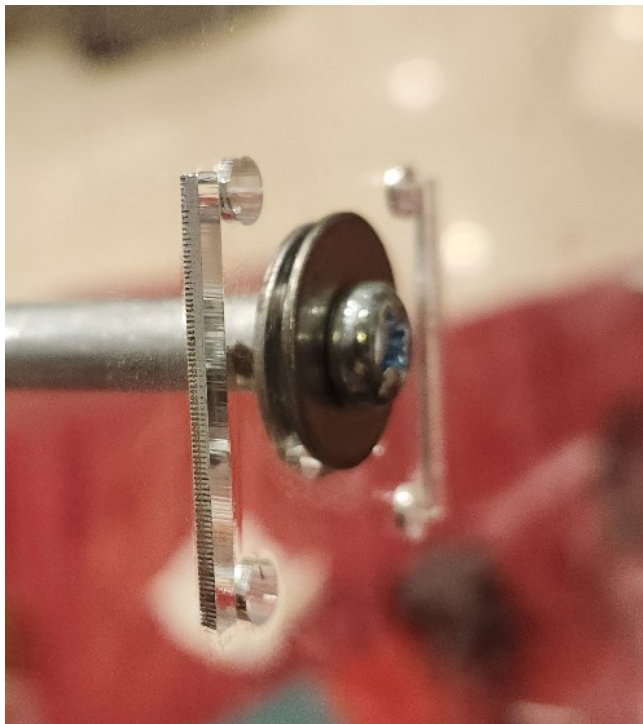
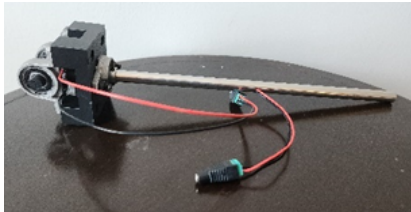
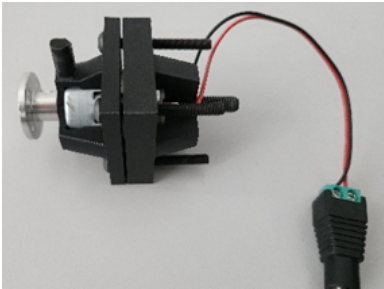
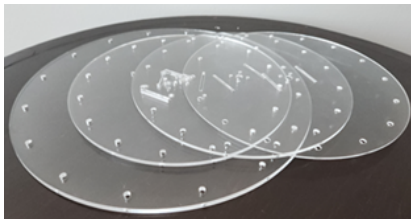
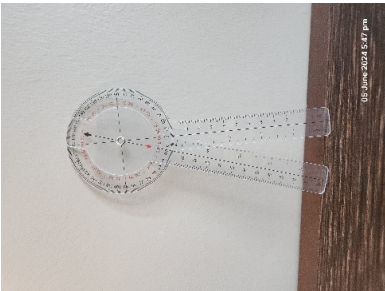
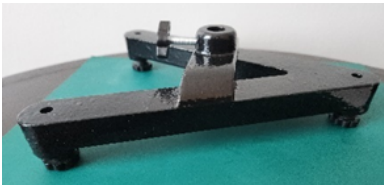
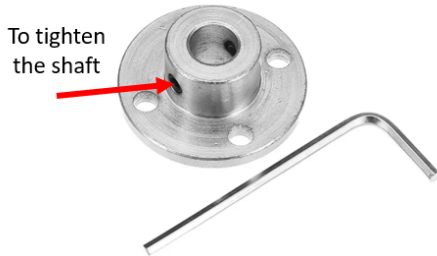


그림 7

장비/재료:

자이로스코프 메인 수직 스탠드 x1 	조정 가능한 전원 어댑터 x1 	케이스와 커플러가 포함된 DC 모터 x1 
두께가 2mm, 3mm, 4mm인 직경 20cm 회전 디스크. 직경 26cm 디스크. 	각도계 x1 	스톱워치 
정전기 방지 매트 	알루미늄 바 	받침대 
볼트 및 너트, 육각 렌치, 드라이버, 와이어 타이, 케이블 타이 양면 테이프, 자, 모터 샤프트 커플러,		

디스크를 DC 모터에 장착할 수 있도록 사진의 커플러를 모터 샤프트에 연결하고 나사(사진의 화살표)를 조이시오.



부품의 질량

20cm(직경) x 2mm(두께) 디스크 → $65 \pm 1\text{g}$

20cm(직경) x 3mm(두께) 디스크 → $89 \pm 1\text{g}$

20cm(직경) x 4mm(두께) 디스크 → $131 \pm 1\text{g}$

26cm(직경) x 4mm(두께) 디스크 → $231 \pm 1\text{g}$

케이스 포함 DC 모터 → 94g

알루미늄 바의 질량은 전체 실험에서 무시한다.

주의사항

1) 전원 어댑터에 전원에 연결하기 전에 스위치가 OFF 위치에 있는지 확인하십시오. DC 모터에 고전압을 가하면 모터가 손상됩니다. 반드시 6V 미만으로 사용하십시오. 6V 이상으로 구동하면 모터가 과열되어 탈 수 있다. *** 높은 전압을 가해 모터에 손상이 있을 경우 직접 DC 모터를 납땜하고 교체해야 한다.**

2) 장시간(10분 이상) 모터를 가동하지 마시오. 각 실험 후에는 모터를 끄고 휴식 상태로 두시오.

-
- 3) 실험이 시작될 때나 모터가 작동을 시작할 때, 흔들림이 안정될 때까지 받침대를 잡으시오. 실험 중 강한 진동이 발생할 수 있다.
 - 4) 회전하는 디스크는 위험할 수 있으므로 안전상 디스크가 회전할 때 맨손으로 만지지 말고, 전원을 끄고 완전히 멈출 때까지 기다리시오.
 - 5) DC 모터의 배선 연결부는 얇으므로 매우 조심스럽게 다루시오.
 - 6) 3D 프린팅된 DC 모터 케이스는 부러지기 쉬우므로 부품을 조정하기 위해 무리한 힘을 가하지 마시오. 케이스가 깨질 수 있음.

파트 A: 받침대의 수평을 맞추고 스탠드가 정확히 수직인지 확인한다. [총점 = 1.0]

제공된 받침대는 수평 조절을 할 수 있다. 실험을 하기 전에 수평계 없이 자이로스코프 키트의 스탠드를 완벽하게 수직으로 맞춰야 한다. 제공된 부품을 잘 구성하여 이를 달성할 수 있다.

* 받침대의 수평을 맞추는 것은 앞으로의 모든 실험에서 매우 중요하므로 시간을 갖고 주의 깊게 수행하고, 받침대의 수평을 맞춘 후에는 위치를 절대 변경하지 마시오.

A.1.	수평 조절 장치(수평계) 없이 자이로스코프 키트의 스탠드를 수직으로 맞추기 위한 실험 셋업을 고안하여 그린 후, 각 부품의 이름을 적으시오. 모든 부품에 자세한 정보를 표시하시오.	[0.6]
------	--	-------

A.2.	위 실험 셋업에 작용하는 힘을 모두 표시하시오.	[0.2]
------	----------------------------	-------

A.3.	다음 중 스탠드가 수직인지를 최대한 정확하게 판단할 수 있도록 해 주는 가장 중요한 두 가지 실험 요소는 무엇인가? (a) 양쪽이 같은 팔 길이 (b) 한 쪽이 더 긴 팔 길이 (c) 디스크 크기 (d) 디스크의 두께 (e) 디스크의 무게 (f) DC 모터의 무게 (g) DC 모터에 가해진 전압	[0.2]
------	---	-------

파트 B: 회전 속도의 영향 [총점 = 6.5]

목표: 자이로스코프 디스크의 회전 속도가 안정성과 세차 주기에 어떤 영향을 미치는지 알아본다.

재료: 자이로스코프 테스트 키트, 조정 가능한 전원 어댑터, DC 모터, 각도계, 스톱워치, 20cm(두께 3mm) 회전 디스크, 자.

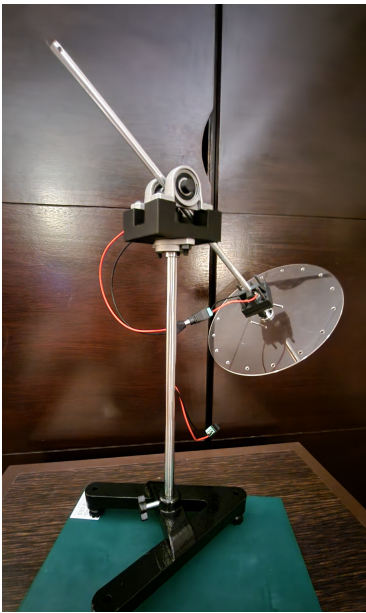


그림 2

실험절차:

1. 직경 20cm, 두께 3mm의 회전 디스크를 DC 모터에 고정하고 그림 2와 같이 자이로스코프 팔의 한쪽에 장착한다.
2. 중앙에서 디스크까지의 거리가 15cm가 되도록 자이로스코프 팔 길이를 조정한다.
3. 전원 어댑터를 포함하여 모든 전선을 연결한다.
4. 낮은 전압을 사용하여 자이로스코프의 디스크를 느리게 회전시키고 흔들림이 안정화될 때까지 기다린다.

5. 세차 운동을 시작 시키고, 스톱워치를 사용하여 세차 운동 주기를 측정하고 기록한다.
6. 전원 어댑터의 전압을 조금씩 높여 회전 속도를 증가시키고 각 구동 전압에서 주기 측정을 반복한다.

주의: 세차운동을 시작하기 위해 알루미늄 바가 홀더에 닿지 않고 뜨도록 하시오. 전압을 약간 높이면 균형을 잡는데 도움이 될 수 있다.

결과:

B.1.	실험에서 측정한 값들과 이로부터 계산된 세차 운동 주기들을 표로 작성하시오.	[1.5]
B.2.	세차 운동 주기 측정값의 표준 편차(standard deviation)와 평균 표준 오차(standard error)를 계산하시오. 이 중 하나의 세트에 대해 계산 공식을 포함한 계산 과정을 적으시오.	[0.8]
B.3.	구동 전압에 대한 세차 운동 주기 그래프를 에러바와 추세선을 포함하여 그리시오.	[0.9]

분석:

B.4.	위의 실험 결과를 이용하여 세차 운동 주기와 DC 모터 구동 전압의 관계식을 구하시오.	[0.2]
------	--	-------

B.5. 표 1과 같은 DC 모터 성능 특성을 이용하여 세차 운동 주기와 DC 모터 속도 사이의 관계식을 구하시오. [1.0]

전압(V)	전류(A)	속도(rpm)
3.7	176mA	7200
4.8	185mA	9700
6.0	205mA	12600
7.4	230mA	15600
9.6	245mA	19800
12.0	298mA	24500

표1.

주의: 실험에서 6V 이상의 전압을 가하지 마시오. 이 표는 참조용이지 재현 하라는 것이 아님.

B.6. 그림 2와 같이 균일한 링의 관성 모멘트 $I = mR^2$ 이다. 이때, 질량은 m 이고 반경은 R 이다.

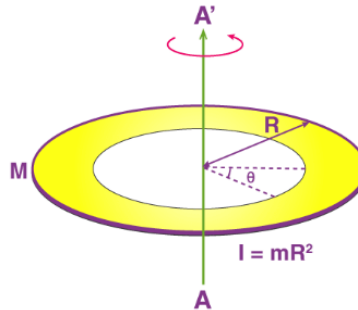


그림 2. 균일한 링의 관성 모멘트.

- (i) 회전축 AA'에 대해 균일한 디스크(원판)의 관성 모멘트 방정식을 유도하시오. [0.5]
- (ii) 두께 3mm, 직경 20cm 회전 디스크의 관성 모멘트를 계산하시오. [0.2]
- (iii) 세차 운동의 각속도는 다음 과 같이 주어진다. [1.0]

$$\omega_p = \frac{mgr}{I \cdot \omega_s}$$

m 은 세차운동에 관여하는 총 질량

r 은 피봇에서 시스템 질량 중심까지의 거리

I 는 회전하는 디스크의 관성 모멘트(관성 모멘트는 회전하는 디스크만 고려한다고 가정).

ω_s 는 자이로스코프 디스크의 회전 각속도.

이 실험 셋업의 개략도를 그리고, 관련된 모든 외부 힘을 표시하시오. 각운동량 관계를 이용하여 위에 주어진 세차 운동의 각속도 방정식을 유도하시오.

- (iv) 표 1의 모터 속도를 이용하여 모터가 6V로 구동될 때 이론적인 세차 운동의 각속도를 계산하시오. [0.4]

파트 C: 자이로스코프 팔 길이의 영향 [총점 = 2.1]

목표: 세차 동작에 대한 자이로스코프 알루미늄 바의 팔 길이 영향을 알아보자.

재료: 자이로스코프 테스트 키트, 조정 가능한 전원 어댑터, DC 모터, 각도계, 스톱워치, 직경 20cm(두께 3mm) 회전 디스크, 자.

실험절차:

1. 이전 실험에서 알루미늄 바를 잠그는 데 사용한 별 모양 중앙 나사를 푼다.
2. 자이로스코프 알루미늄 바의 길이를 조정하여 중심에서 12cm가 되도록 변경한다.
3. 중앙 나사를 조인다.
4. 자이로스코프 구동 전압을 약 4.5V로 설정하고 안정화되도록 한다.
5. 스톱워치를 사용하여 세차 운동 주기를 측정하고 기록한다.
6. 12cm에서 22cm 사이에서 다양한 팔 길이에 대해 실험을 반복한다.

*이 실험에서는 오차 분석은 필요 없음.

주의: 알루미늄 바가 홀더에 닿지 않고 항상 떠 있도록 한다.

결과:

- | | | |
|------|---|-------|
| C.1. | 실험에서 얻은 값과 이로부터 계산한 세차 운동 속도(rad/s)를 표로 작성하십시오. | [1.2] |
| C.2. | 팔 길이에 대한 세차 운동 속도 그래프를 그리시오. | [0.8] |

C.3. 팔 길이에 따른 세차 운동의 변화로 맞는 것을 고르시오. [0.1]

- (a) 팔 길이가 증가하면 세차 운동 속도도 증가
- (b) 팔 길이가 증가하면 세차 운동 속도가 감소
- (c) 팔 길이가 증가하여도 세차 운동 속도는 일정하게 유지

파트 D: 자이로스코프 디스크 무게의 영향 [총점 = 3.7]

목표: 자이로스코프 디스크의 무게 변화가 세차 운동에 미치는 영향을 구한다.

재료: 자이로스코프 테스트 키트, 조정 가능한 전원 어댑터, DC 모터, 각도계, 스톱워치, 20cm 회전 디스크(두께 2mm, 3mm, 4mm).

이 실험에서 세차 운동을 할 때, 알루미늄 바가 홀더에 닿지 않도록 하시오

실험 절차:

1. 이전 실험에 사용한 알루미늄 바를 잠그는 데 사용한 중앙 나사를 푼다.
2. 회전 디스크가 중심에서 15cm가 되도록 팔의 길이를 조정한다.
3. 중앙 나사를 조인다.
4. 회전 디스크를 2mm 두께로 변경한다.
5. 실험 B의 3~6단계를 반복한다.
6. 4mm 두께의 회전 디스크를 사용하여 실험을 반복한다.

참고: 오차 분석은 필요 없음.

결과:

- | | | |
|------|--|-------|
| D.1. | 실험B를 포함하여 측정한 값들과 이로부터 계산된 세차 운동 속도(rad/s)를 표
로 작성하시오. | [1.7] |
| D.2. | 실험 B를 포함하여, 측정한 모든 두께에 대해 구동 전압에 대한 세차 운동 속도
그래프를 그리시오. | [1.1] |

- D.3. 디스크 무게에 따른 세차 운동 변화에 대한 설명중 옳은 것을 고르시오. [0.1]
- (a) 디스크 무게가 증가해도 세차 운동 속도는 변하지 않는다.
- (b) 디스크 무게가 증가함에 따라 세차 운동이 빨라진다.
- (c) 디스크 무게가 증가함에 따라 세차 운동이 느려진다.
- D.4. 앞에서 주어진 디스크의 질량을 참조하지 않고, 실험에서 측정된 값을 이용하여 디스크의 질량을 계산하시오. 관성 모멘트는 디스크에 의해서만 결정 된다고 가정한다. [0.8]

파트 E: 외부 힘에 의해 유도된 토크 [총점 = 3.5]

목표: 외부 토크가 자이로스코프의 동작에 어떤 영향을 미치는지 이해하여 보자.

준비물: 모터가 장착된 자이로스코프, 직경 20cm(두께 2mm) 회전 디스크, 스테인리스 스틸 볼트 및 너트, 스톱워치, 각도계.

실험절차:

1. 직경이 20cm(두께 2mm)인 회전 디스크를 설치한다.
2. 알루미늄 바의 반대편 끝에 직경이 26cm인 디스크(균형추)를 부착한다.
3. 별 모양의 중앙 나사를 풀고 알루미늄 바가 수평 균형을 이루도록 알루미늄 바의 위치를 조정한다.
4. 알루미늄 바의 위치가 바뀌지 않도록 중앙 나사를 조인다.
5. DC 모터에 5V를 가하고 세차 속도와 알루미늄 바의 지렛대 각도 모두가 안정화될 때까지 기다린다.
6. 안정화된 상태에서 세차운동이 일어나지 않는지 확인한다.
7. 전원 어댑터를 끈다.
8. 균형추 디스크에 스테인레스 스틸 볼트와 너트를 부착한다. 디스크 둘레에 만들어진 구멍을 통해 단단히 고정한다.
9. 스톱워치를 사용하여 세차 회전 주기를 측정한다. 각도계를 사용하여 세차 회전 중 알루미늄 바의 수평각을 측정한다.
10. 볼트와 너트의 개수 변화에 따른 세차 회전 주기와 각도의 변화를 측정한다.
11. 다른 개수의 볼트와 너트를 사용하여 측정을 반복한다.
12. 측정 결과에 대한 오차 분석을 수행한다.

결과:

- | | | |
|------|---|-------|
| E.1. | 오류 분석 결과를 포함하여 측정된 세차 속도(rad/s) 값을 표로 작성하시오. | [1.3] |
| E.2. | 볼트 및 너트 세트 수에 대한 세차 속도 측정치를 그래프로 나타내시오. 선형 추세선을 그려보시오. | [0.8] |
| E.3. | 볼트 및 너트 세트 수에 대한 지렛대 각도 측정치를 그래프로 나타내시오. 선형 추세선을 그려보시오. | [0.8] |

분석:

- E.4. 실험 데이터를 사용하여 볼트와 너트 세트의 질량을 결정해 보시오. [0.5]
- E.5. 만일 나사가 회전 디스크에 추가된다면 세차 운동은 이제 방향이 반대가 되고 그 속도도 이전 결과와 달라지게 된다. 영향을 받은 매개변수는 무엇인가? m , g , r , l 또는 ω_s ? 만일 영향을 받은 매개변수가 둘 이상이라면 가장 많은 영향을 받은 매개변수부터 나열하십시오. [0.1]

파트 F: 장동(Nutation) 현상 [총점 = 1.5]

목표: 갑작스러운 충격으로 인한 자이로스코프의 장동 운동의 주파수 및 감쇠 특성을 관찰한다. 장동(Nutation) 운동은 자이로스코프의 축 기울기가 주기적으로 변하는 운동을 뜻한다.

준비물: 자이로스코프 테스트 키트, 조정 가능한 전원 어댑터, DC 모터, 각도계, 스톱워치, 직경 20cm 회전 디스크(두께 2mm), 직경 26cm 디스크.

실험절차:

1. 이전 실험에서 디스크에 부착한 모든 볼트와 너트를 제거한다.
2. 중앙 나사를 풀고 알루미늄 바가 수평 균형을 이루도록 바의 위치를 조정한다.
3. 중앙 나사를 조여 알루미늄 바를 고정한다.
4. DC 모터에 4V를 가하고 디스크의 회전이 안정화될 때까지 기다린다.
5. 디스크가 사람을 향한 상태에서 시계 반대 방향으로 회전하는지 확인한다.
6. 균형추 디스크를 빠르게 눌렀다 놓는 방식으로 충격을 가한다.
7. 자이로스코프가 어떠한 운동을 보이는지 관찰한다. 운동을 묘사하기에 중요하다고 생각되는 매개변수(parameters)를 기록한다.
8. 알루미늄 바의 양팔 길이를 변경하여 회전 디스크의 축이 수평보다 높은 방향을 향하도록 만든다.
9. 6단계와 7단계를 반복합니다. 디스크가 회전하는 동안 디스크의 축을 잡고 더 높게 들어 올린 상태를 유지한다.
10. 잡고있던 손을 놓고 디스크의 움직임을 관찰한다.
11. 회전 디스크의 축이 수평보다 낮은 방향을 향하도록 한 후, 8~10단계를 반복한다.

결과 및 분석:

- F.1. 회전 디스크의 축이 수평보다 낮을 때와 수평보다 높을 때, 각각에 대해 관찰한 장동 운동을 그림을 그려 설명하시오. [0.4]

분석:

F.2. 관찰한 현상을 이해하기 위해, 강체의 일반적인 움직임을 설명하는 오일러 방정식을 살펴보자.

$$I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_2 \omega_3 = \tau_1 \quad \text{Eq-1}$$

$$I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_3 \omega_1 = \tau_2 \quad \text{Eq-2}$$

$$I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_1 \omega_2 = \tau_3 \quad \text{Eq-3}$$

여기서 I_1, I_2, I_3 은 주축(principal axes)에 대한 관성 모멘트이고, $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 은 각 주축에 대한 각 속도이고, τ_1, τ_2, τ_3 는 각 주축에 대한 외부 토크이다.

- (i) 디스크가 축 3 방향에 대해 대칭이고 또한 가해진 전압에서 디스크는 축 3 방향으로 빠르게 돌고 있다고 하자. 토크가 없는 좌표계에서 위의 수식들을 이용하여 장동운동의 주파수를 구하는 과정을 상세히 보이시오. [1.0]
- (ii) 위의 유도 과정 중에서 장동운동이 단순 조화 운동임을 보여주는 부분을 다시 정리하여 쓰시오. [0.1]

파트 G: 자체 균형 조정에 적용되는 자이로스코프 [총점 = 1.7]

소개: 자체 균형 조정 자이로스코프는 각운동량의 원리를 활용하여 방향과 균형을 자동으로 유지하는 장치이다. 이 장치는 자유롭게 움직일 수 있는 축을 갖는 회전하는 바퀴 또는 로터(rotor)로 구성된다. 회전할 때 각운동량 보존으로 인해 축은 같은 방향을 가리키려는 경향이 있다. 자체 균형 자이로스코프의 응용 분야는 광범위하며, 선박 및 항공기의 플랫폼 안정화, 오토바이 및 자전거의 안정성 향상, 로봇 공학의 균형 유지 및 정밀한 움직임 제어 등이 있다.

목표: 각운동량과 자이로스코프 안정화의 원리를 이해한다. 자체 균형 조정 자이로스코프의 프로토타입(prototype)을 설계하고 구성해 봄으로써 다양한 조건에서 자이로스코프가 방향과 균형을 유지하는 방법을 탐색한다. 이를 통해 항공우주의 내비게이션 시스템, 자동차 안정화 및 로봇 균형 메커니즘과 같은 실제 응용 분야에 대한 통찰력을 얻는다.

G.1

[1.7]

갖고 있는 부품을 자유롭게 사용하여, 자체 균형 조정 자이로스코프의 두 가지 이상의 사용 예를 보여줄 수 있는 프로토타입(prototype)을 제작한다. 이 실험에서는 알루미늄 바를 분리하고, 디스크를 교체할 수도 있으며, 또한 DC 모터 케이스를 제거하는 등 제공된 모든 부품을 자유롭게 사용하여 새 장치를 재구성할 수 있다. 설계한 프로토타입을 각 사용 예 별로 스케치하고 사용한 모든 부품의 이름을 표기하시오. 특별히 각 부품이 움직이는 부분인지 고정된 부분인지 명확하게 구별하여 표기하시오. 설계시 안전을 고려하시오.