

이론 시험에 대한 일반 지침

시험 시작 전

1. 이론 시험 시간은 5시간이며, 각 문제는 10점씩 총 3문제가 있습니다.
2. 학생 코드가 책상에 있는 코드와 일치하는지 확인하시고, ID/태그를 책상 오른쪽 상단에 올려주십시오.
3. 책상 위에 다음 품목이 있는지 확인하십시오.
 - (i) 문제지와 전용 답안지가 들어 있는 봉인된 봉투
 - (ii) 라벨이 붙은 봉투
 - (iii) 펜/관련 문구류 (계산기는 개인 지참 필수)
 만약 항목이 누락된 경우 손을 들어주십시오.
4. 시험이 시작되기 전에 밀봉된 봉투를 열지 마십시오.

시험 응시 중

1. 답안 작성을 위해 제공된 전용 답안지를 사용해야 합니다. 답안은 박스 안에만 작성하십시오. 답안지가 더 필요하다면 손을 들고 감독관에게 요청하십시오. 추가로 받은 각 답안지마다 학생 코드와 문제 번호를 적으십시오.
2. **추가로 백지 연습장이 제공됩니다. 이 연습장에 작성된 답안의 경우 채점에서 제외되니 조심하십시오.**
3. 답변은 최대한 간결하게 하십시오. 되도록 방정식, 논리 연산자 및 스케치를 사용하여 생각을 설명하십시오. 긴 문장의 사용을 피하십시오.
4. 숫자를 기술할 때 적절한 수의 유효 숫자를 사용하십시오.
5. 허가 없이 시험 장소를 이탈할 수 없습니다. 도움이 필요한 경우(계산기 오작동, 화장실 방문, 연습지 부족 등) 손을 들어 감독관에게 알려 주시기 바랍니다.

시험 종료 후

1. 시험이 끝나면 즉시 답안 작성을 중지해야 합니다.
2. 비어 있는 답안지를 포함하여 모든 답안지를 라벨이 붙은 봉투에 넣고 밀봉하십시오. 모든 답안지가 봉투 안에 들어가 있는지 확인하고 감독관에게 제출하는 것은 여러분의 책임입니다.
3. 문제지와 연습장을 다른 봉투에 넣으십시오. 시험장 밖으로 어떠한 종이도 가지고 나갈 수 없습니다.
4. 봉투를 회수할 때까지 조용히 테이블에서 기다리십시오. 모든 봉투가 수거되면 감독관이 시험장 밖으로 안내할 것입니다.

답안 작성을 위해 제공된 전용 답안지를 사용해야 합니다. 답안은 박스 안에만 작성하십시오. 박스형 답안지가 더 필요하다면 손을 들고 감독관에게 요청하십시오. 추가로 받은 전용 답안지에 **학생 코드**를 입력하고, 추가로 받은 답안지에 **작성하려는 답안의 문제 번호를 명확하게 적으세요.**

추가로 백지 연습장이 제공됩니다. 이 연습장에 작성된 답안의 경우 채점에서 제외되니 조심하십시오.

물리적 상수

중력으로 인한 가속도	$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$
볼츠만 상수	$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
현재 태양 질량	$M_S = 2.00 \times 10^{30} \text{ kg}$
태양의 현재 반경	$R_s = 7.00 \times 10^8 \text{ m}$
은하의 평균 질량	$M_{galaxy} = 1.5 \times 10^{12} M_S$
전자 전하의 크기	$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
전자의 질량	$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
양성자의 질량	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
중성자의 질량	$m_n = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
자유 공간의 투과성	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$
자유 공간의 유전율	$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
자유 공간의 고유 임피던스	$Z_0 = 120\pi\Omega$
플랑크 상수	$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
진공에서의 빛의 속도	$c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
스테판-볼츠만 상수	$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
만유인력상수	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

분수(water fountain)의 기하학

소개

분수는 농업 농장, 녹지 공원, 도시 지역 등 다양한 장소에서 기능적 목적이나 미적 예술 설치를 위해 찾아볼 수 있다. 그림 1에 나온 단면도와 같이 지표면으로부터 높이 h 에 위치한 반지름 r 을 갖는 반구형의 분수 분무기(fountain sprayer)를 고려하자. 이 때, 반구의 반지름 r 이 분무기에서 분출되는 물줄기가 미치는 수평 범위 R 보다 훨씬 작아서 분무기는 점원으로 취급될 수 있다고 가정한다. 분무기의 표면에는 물줄기가 나오는 구멍이 다수 존재하는데, 주어진 각도 θ 에 대해서 (θ 의 정의는 그림 1 참고) 반구 표면의 단위면적당 $\rho(\theta)$ 개의 구멍이 존재한다. 이 때, 물줄기는 분출 방향에 관계없이 동일한 초기속도 v_o 로 분출된다.

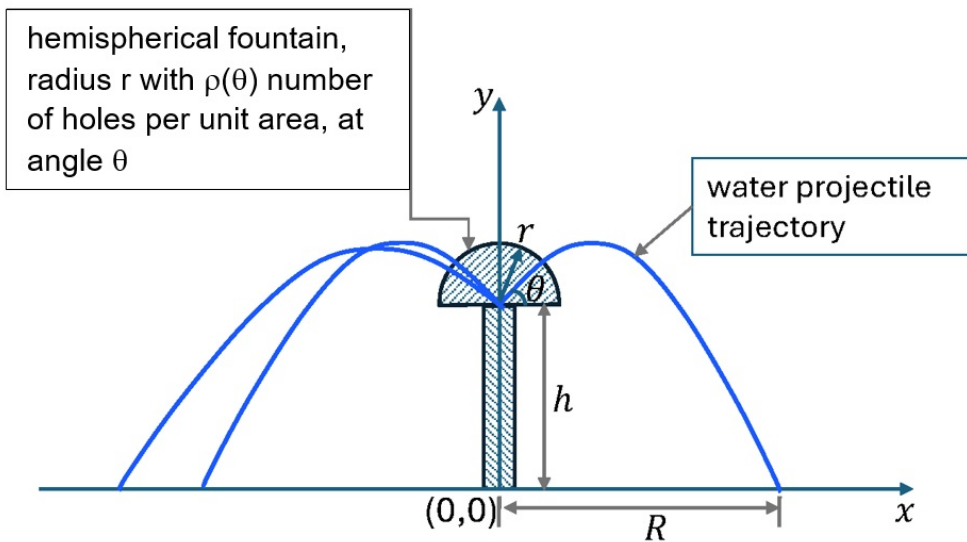


그림 1 : 반구형 분수 분무기의 개략적인 단면. 지표면으로부터 높이 h 에 반지름 r 을 갖는 반구형의 분수 분무기가 위치하고 있으며, 주어진 각도 θ 에 대해서 반구 표면의 단위면적당 $\rho(\theta)$ 개의 물분출 구멍이 존재함. 세 개의 물줄기 궤적(water projectile trajectory)이 예로 그려져 있음.

파트 A: 반구 표면에 구멍이 균일하게 분포된 경우 (6.0점)

먼저 반구 표면의 구멍 분포가 균일한 경우를 고려하자 (즉, $\rho(\theta)$ 가 상수인 경우).

A.1	각도 θ 에서 초기 속도 v_o 로 분출된 물 입자의 순간 위치 $x(t)$ 와 $y(t)$ 를 구하라.	0.5포인트
-----	---	--------

A.2	각도 θ 에서 분출된 물줄기의 궤적 $y = y(x, \theta)$ 을 유도하라. 단, $\theta > 0$ 이며, $y = y(x, \theta)$ 가 한 가지 삼각함수 (예를 들어 sine, cosine, 또는 tangent 중 하나)만을 포함하도록 하라.	1.0포인트
-----	--	--------

A.3	모든 물의 궤적을 둘러싸는 최소 경계로 이루어지는 싸개선(envelope)을 고려하자 (즉, 이 싸개선 위로는 물이 도달하지 않는다). 이 싸개선을 기술하는 식을 $y(x)$ 형태로 유도하라. 구한 싸개선 $y(x)$ 를 스케치하라.	3.0포인트
-----	--	--------

A.4	주어진 각도 θ 에 대해서, 해당 각도로 분출된 물줄기가 지면에 닿기까지 이동하는 수평 거리 $R = R(\theta)$ 를 구하라.	1.0포인트
-----	---	--------

A.5	A.4 결과에 $h \rightarrow 0$ 을 취하여, $R = \frac{v_o^2}{g} \sin 2\theta$ 를 보여라.	0.5포인트
-----	--	--------

파트 B: 반구 표면에 구멍이 불균일하게 분포된 경우(4.0점)

이제 반구 표면에 단위 면적당 구멍의 분포가 불균일한 경우, 즉 $\rho(\theta)$ 가 θ 에 의존하는 경우를 고려하여 다음 질문에 답하라.

B.1	위 A.4 결과를 이용하여, 지면에 도착하는 물줄기에 대해, 반지름 R 과 요소 너비 (elemental width) dR 로 정의되는 고리(annulus or ring)에 해당하는 요소 면적 (elemental area) dA_W 을 R , $R' = \frac{dR}{d\theta}$, 그리고 요소 각도 $d\theta$ 의 식으로 구하라.	1.0 포 인 트
-----	--	--------------------

B.2	물줄기가 지면에 균일하게 뿌려지도록 하기 위해서, 즉 지면에 단위 면적당 균일한 양의 물줄기가 떨어지도록 하기 위해서, $\rho(\theta)$ 가 만족해야 하는 조건을 $R(\theta)$ 과 $R'(\theta)$ 를 이용하여 표현하라. 단, 각도 θ 는 $R'(\theta) > 0$ 를 만족하는 영역으로 한정한다.	1.0 포 인 트
-----	---	--------------------

B.3	$h = 0$ 이고 각도를 $\theta < 45^\circ$ 로 한정된 경우, 물줄기가 지면에 균일하게 뿌려지도록 하기 위해서 $\rho(\theta)$ 가 만족해야 하는 조건을 명시적으로 구하라.	2.0포 인트
-----	---	------------

스넬의 법칙

소개

빛이 유전체 계면에 입사되면 그림 1 과 같이 빛의 입사각과 유전체 매질의 굴절률에 따라 반사 및 굴절된다. 빛의 굴절은 스넬의 법칙에 의해 결정된다.

$$n_1 \sin \phi_1 = n_2 \sin \phi_2 \quad (1)$$

위 식에서 n_1 과 n_2 는 경계의 아래쪽과 위쪽 부분의 굴절률이며, ϕ_1 과 ϕ_2 는 광선이 경계의 법선과 이루는 각도이다.

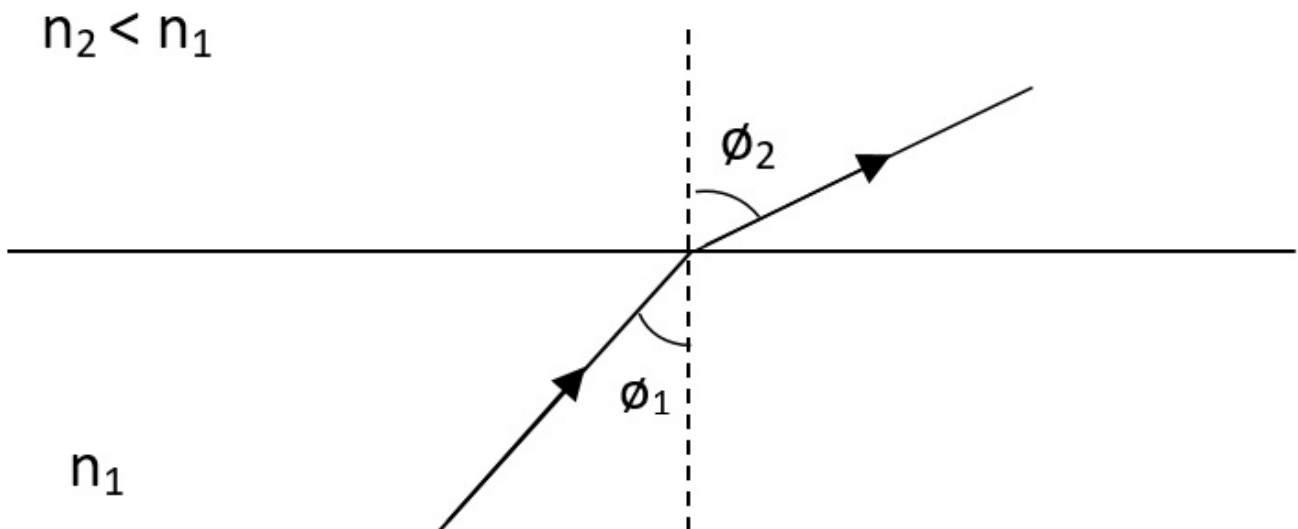


그림 1 : 굴절률 n_1 을 갖는 유전체 매질에서 굴절률 n_2 를 갖는 두 번째 유전체 매질로의 빛 굴절.

파트 A: 반구를 통한 빛의 전파(1.5포인트)

그림 2는 서로 다른 색상 a와 b의 두 광선으로 구성된 빛이 공기 중에서 파장에 따라 다른 굴절률 n_x 를 갖는 반구의 반경을 따라 입사한 후 바닥에서 각 광선이 θ_a 와 θ_b 의 각도로 굴절되는 것을 보여주고 있다.

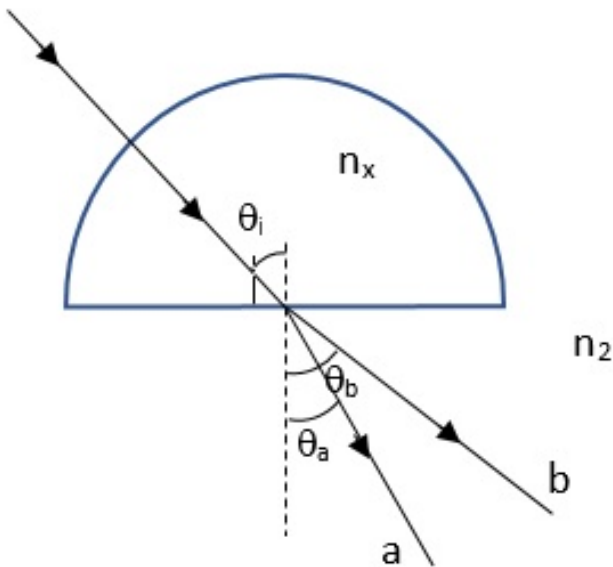


그림 2 : 반구를 통한 빛의 전파.

A.1	반구에서 a와 b중 어떤 광선이 더 빨리 전파되는가? 근거를 함께 제시하라.	0.5포인트
-----	--	--------

A.2	입사각 θ_i 를 천천히 증가시켜 45° 가 되면 광선 b는 더 이상 반구의 바닥을 통과하여 나오지 않는다. 입사각을 50° 까지 증가시키면 광선 a에도 동일한 현상이 발생한다. 반구에서 광선 a와 b의 굴절률 차를 구하라.	1.0 포 인 트
-----	--	--------------------

파트 B: 원통형 막대를 통한 빛 전파(3.5점)

굴절률이 $n_1 = 1.50$ 인 원통형 막대를 고려하자. 이 막대의 한쪽 끝을 아래 그림 3 과 같이 굴절률 $n_3 = 1.40$ 인 폴리머(고분자물질)로 코팅한 후 공기 중에 위치시켰다. 빛이 폴리머에서 막대로 각도 θ 를 이루며 입사된다고 하자. 이 때 θ 를 변화시키면 빛이 그림과 같은 경로를 따라 폴리머로 완전히 되돌아 나오는 경우가 있게 된다.

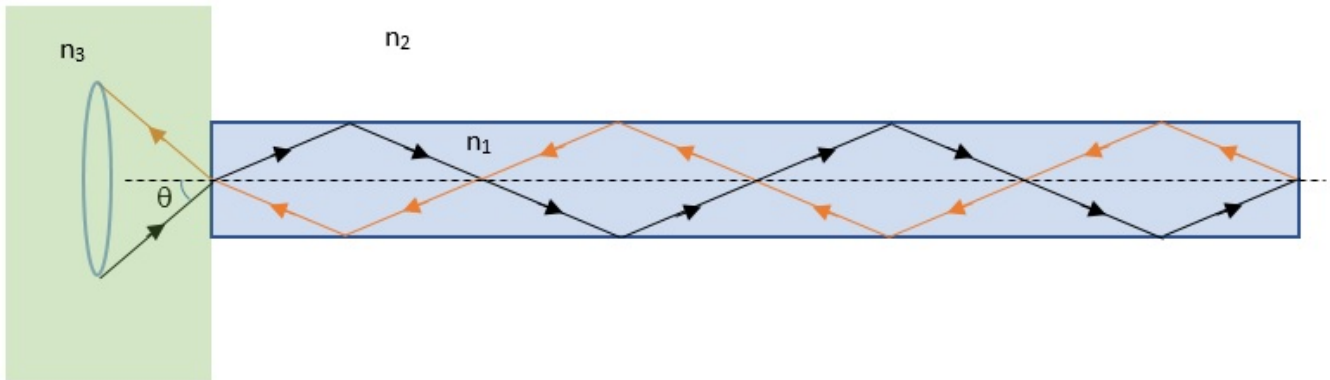


그림 3 : 한쪽 끝이 굴절률 n_3 인 폴리머로 코팅된 원통형 막대(여기서 $n_2 < n_3 < n_1$).

B.1	이 상황이 발생하는 입사각 θ 의 범위를 결정하라.	2.0포인트
-----	-------------------------------------	--------

B.2	다음 각각의 경우에 B.1 의 상황이 어떻게 바뀌는지 간단히 답하라.		
	(i)	막대의 다른 열린 끝을 굴절률이 1.60인 두꺼운 오일 층으로 코팅한 경우	0.6포인트
	(ii)	굴절률이 1.33인 물 안에 장치를 놓은 경우	0.9포인트

파트 C: 광섬유를 통한 빛 전파(5.0점)

광섬유는 아래 그림 4 와 같이 굴절률이 n_1 인 매질을 굴절률이 더 낮은 매질 n_2 로 둘러싸서 형성된다. 굴절률 n_1 을 갖는 매질을 코어라고 부르며, 굴절률 n_2 를 갖는 매질을 클래딩이라고 부른다. 굴절률 n_3 는 일반적으로 공기의 굴절률($n_3 = 1$)이다. 이 때 다음 질문에 답하라.

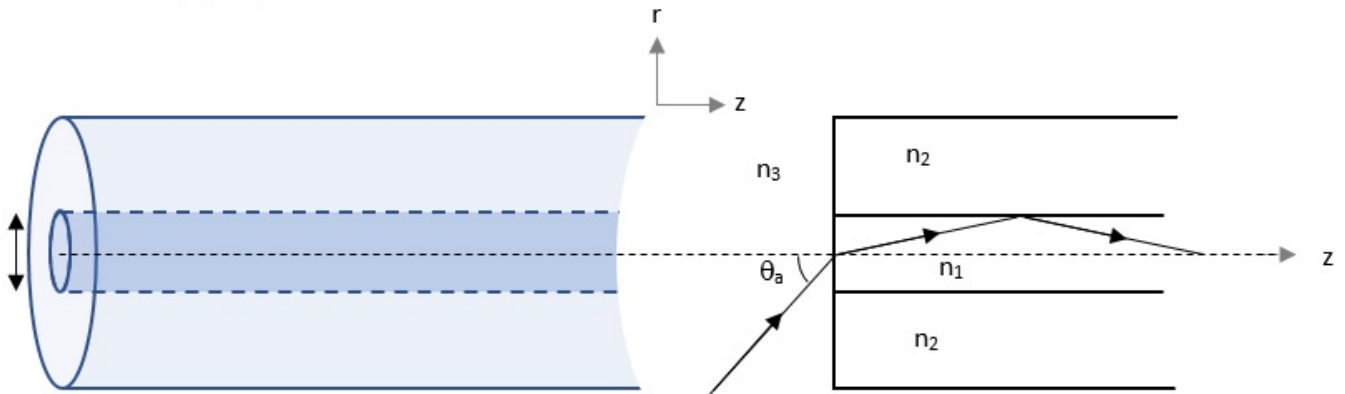


그림 4 : 광섬유와 그 단면의 개략도.

C.1	광섬유 코어 내부를 통해 빛이 전파되기 위해서는 먼저 광섬유로 투과되어 들어가야 한다. 광섬유 끝부분에서 빛이 입사될 때, 빛이 진행하는 동안 광섬유 내부를 전반사 하면서 전파될 수 있도록 하는 최대 입사 각도 θ_a 는 광섬유 코어 및 클래딩의 굴절률에 의존한다. 오른쪽 그림과 같이 광섬유 축을 따라 광섬유를 반으로 절단하는 평면을 따라 전파되는 광선을 고려할 때, 최대 입사 각도 θ_a 를 굴절률들의 함수로 유도하라.	2.0 포인트
-----	---	------------

C.2	광섬유는 항상 일직선으로 배열되어 있는 것이 아니라, 다양한 공간을 통과하기 위해서 일정 부분 구부러져 있다. 광섬유 코어 직경이 $50 \mu\text{m}$ 이고 광섬유가 구부러진 부분의 최소 곡률 반경이 1.0 cm 인 경우, 최대 입사 각도 θ_a 를 구하라.	2.6 포인트
-----	--	------------

C.3	광섬유 코어와 클래딩의 굴절률이 각각 1.45와 1.44이며, 광섬유는 공기 중에 놓여있다고 가정하자. 이 때 위 C.1 과 C.2 각각의 경우에 대해 빛의 최대 입사 각도 θ_a 는 얼마인지 구하라.	0.4 포 인 트
-----	---	--------------------

최초로 발견된 퀘이사: 천체물리학적 근원의 신비를 밝히다 3C 273

파트 A: 배경 별에 대한 달의 겉보기 움직임(1.8점)

지구 주위를 도는 달을 관찰할 때, 달이 밤하늘의 별을 기준으로 제자리로 돌아오는데 27.3일이 걸리며, 이 기간을 항성월이라고 한다. 달의 움직임은 망원경을 통하면 쉽게 볼 수 있지만, 눈으로 달의 위치 변화를 알아차리려면 몇 시간에 걸쳐 주의 깊게 관찰해야 한다. $3600 \text{ 아크초} = 60 \text{ 아크분} = 1 \text{ 도}$ 라는 사실을 이용하면, 밤하늘에서 달은 아래 문제 A.1에 주어진 세 가지 시간 간격 동안 각각 몇도, 몇아크분, 몇아크초 움직이는 것으로 관찰되는가?

A.1	1시간, 1분, 1초	1.3포인트
-----	-------------	--------

A.2	달이 하늘에서 자신의 지름과 같은 거리를 이동하는 데 얼마나 걸리는가? (참고: 지구에서 볼 때 달의 각직경은 30 아크분이다.)	0.5포인트
-----	--	--------

파트 B: 달이 천체를 가리는 현상인 '성식'을 사용하여 전파를 내는 천체인 전파원의 위치를 정확하게 결정함: 3C 273의 사례(1.8점)

1950년대 후반과 1960년대 초반에는 전파원의 위치를 높은 정밀도로 측정할 수 없었다. 천문학자 Hazard는 전파원의 위치와 구조를 아크초 정도의 정밀도로 결정할 수 있는 '성식'을 이용한 측정 기술에 관심을 가졌다. 이러한 측정을 통해 신뢰할 수 있는 광학 식별이 가능해졌다. Hazard는 강력한 2등급 전파원 3C 273이 1962년과 1963년에 여러 차례 달에 의해 성식될 것이라고 지적했다.

1962년 8월 5일 410MHz와 136MHz 전파를 통해 성식이 확인되었다. 그림 1과 같이 전파의 사라짐과 재출현이 모두 관찰되었으며, 전파가 사라지는 기록을 통해 전파원에는 A와 B라는 두 가지 구성원이 존재하는 것을 알게 되었다. 그림 1은 410MHz 전파의 경우이며, 오른쪽 위 그래프에 전파의 사라짐이, 왼쪽 위 그래프에는 전파의 재출현이 기록되어 있다.

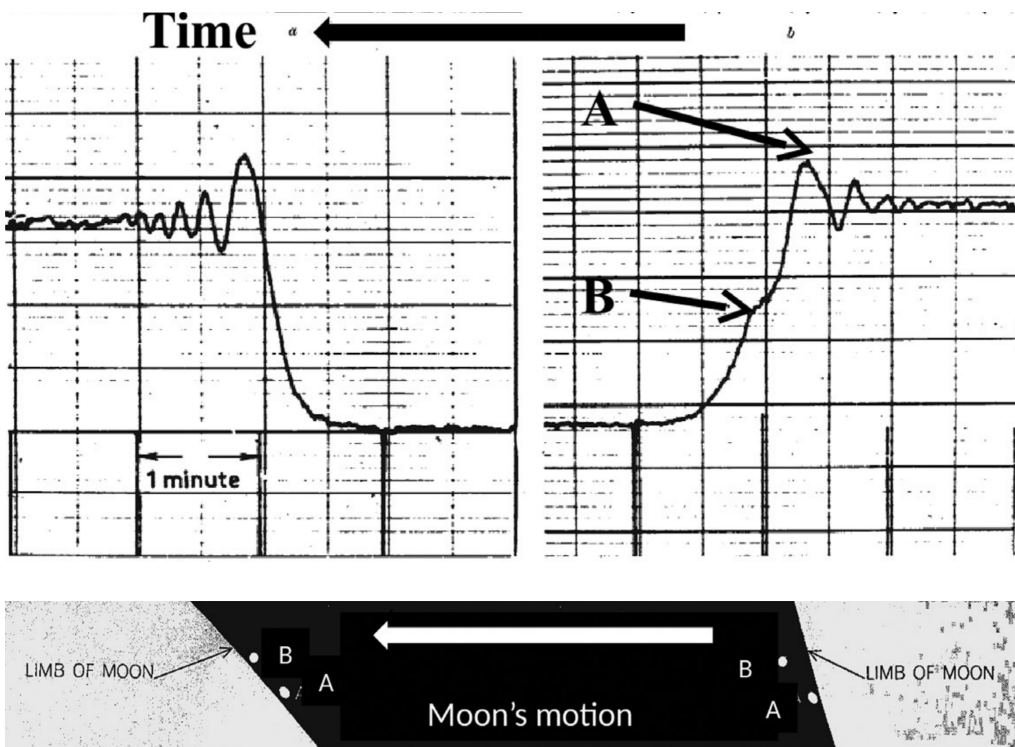


그림 1 : Hazard가 1963년 쓴 논문에서 가져온 1962년 8월 5일 410MHz 전파의 사라짐 및 재출현 기록. 시간은 오른쪽에서 왼쪽으로 증가하고 달도 오른쪽에서 왼쪽으로 이동한다는 점에 유의. 하단 그림은 전파가 사라졌다가 다시 나타날 때, 달의 가장자리(Limb of Moon)를 기준으로한 전파원의 구성원 A와 B의 상대적 위치를 각각 보여준다.

B.1	관찰된 전파 신호에서 진동이 보이는 원인은 무엇인가? A. 망원경의 회절 패턴 B. 망원경 마운트의 불안정성 C. 달 표면의 특징 D. 지구의 대기 조건	0.6포인트
-----	--	--------

B.2	전파가 재출현하는 왼쪽 위의 그림에서 오른쪽 그림에서는 보이는 불룩한 부분이 보이지 않는 이유는 무엇인가? 이 때 전파원의 내부는 어떻게 정렬되어 있는가? A. 두 구성원은 달 주위를 공전하고 있다. B. 두 구성원에 대한 우리의 시선이 변경되었다. C. 두 구성원이 다시 나타날 때 달의 가장자리에 나란히 정렬된 상태로 나타난다. D. 두 구성원의 광도에 관한 물리학의 시간 척도가 충분히 길어서 그 중 하나가 희미해 사라졌다.	0.6 포 인 트
-----	---	--------------------

B.3	A.1 과 A.2 답변과 그림 1의 데이터를 바탕으로 3C 273의 두 구성 요소 사이의 겉보기(시선에 수직한 방향으로의) 각도 간격을 근사적으로 구하라.	0.6 포 인 트
-----	---	--------------------

파트 C: 3C 273의 진정한 본질에 대한 획기적인 발견(1.8점)

이러한 관측이 이루어진 해인 1962년에 Maarten Schmidt는 전파원의 광학 식별 및 분광학을 연구하고 있었다. Whiteoak은 3C 273이 별과 이상한 제트로 이루어져 있다는 것이 칼텍 연구 그룹의 '현재의 의견'이라고 말했다. 그리고 Schmidt는 밝은 '별'에 의해 가려진 희미한 제트의 스펙트럼을 얻기 위해 별에 의한 스펙트럼을 제거해야 했다. 이를 위해 Schmidt는 먼저 이 밝은 별의 스펙트럼을 관측하기로 했다. 12월 29일 밤, 그는 희미한 방출선 (그림 2) 을 보여주는 밝은 '별'의 스펙트럼을 얻었지만 이에 대한 명확한 설명을 할 수 없었다. Schmidt가 이 이상한 스펙트럼을 수소 스펙트럼의 발머 계열과 비교함으로써 어떤 일이 일어나는지 이해할 수 있게 되었다.

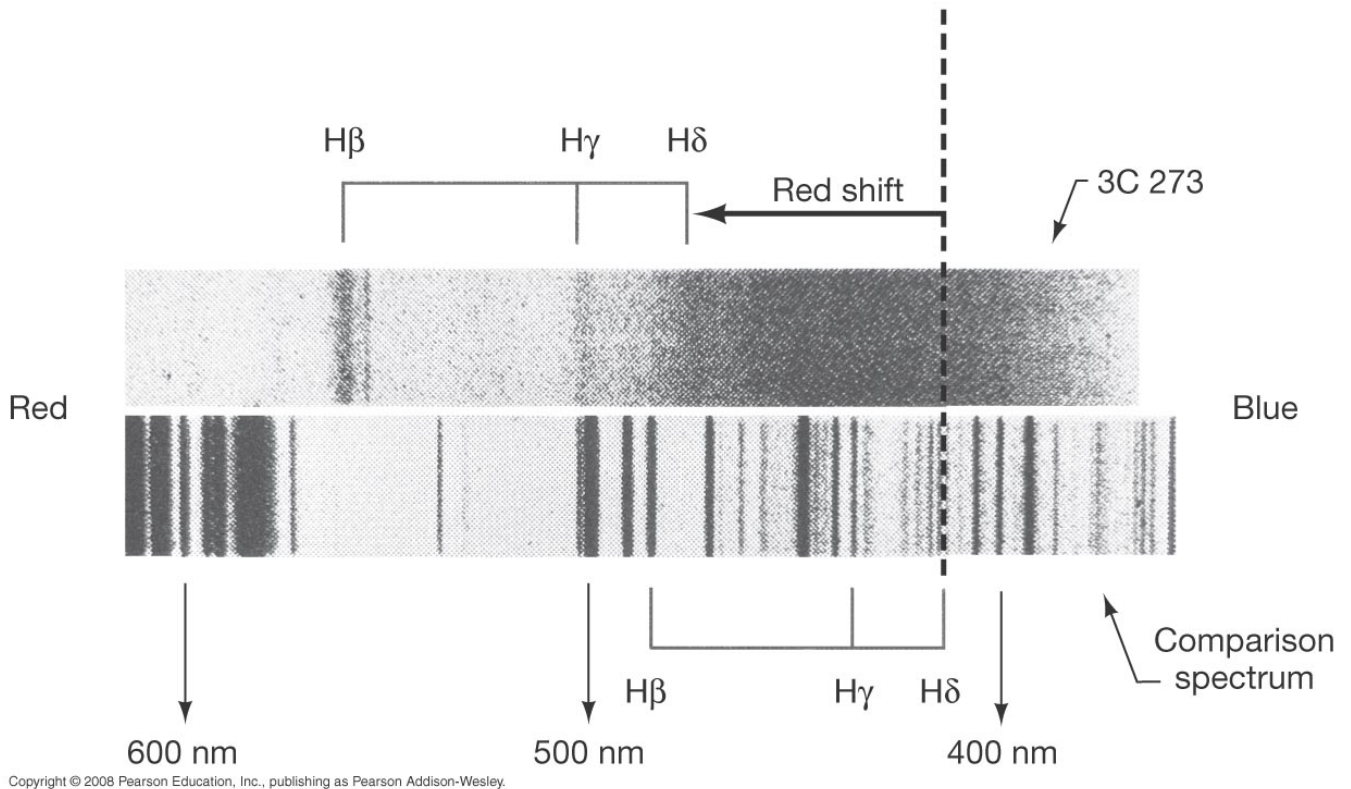


그림 2 : 3C 273의 광학 스펙트럼(상단)과 비교 실험실 스펙트럼(하단) .

C.1	그림 2 에 표시된 스펙트럼 선의 파장을 비교하고, 이를 이용하여 적색편이 $z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$ 를 구하라.	0.6포인트
-----	--	--------

C.2	이 적색편이의 원인이 물체의 질량으로 인한 상대론적 중력 효과에 의해 발생한다고 가정해 보자. 이 경우 중력 적색편이를 다음과 같이 추정할 수 있다. $z = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}}} - 1.$ 이때, 3C 273이 어떤 임의의 거리 r만큼 떨어져 있다 하여도 3C 273의 질량이 태양 질량보다 너무 커서 태양계 (혹은 우리 은하)를 아주 크게 교란시킬 수 있음을 다음의 예를 통해 보여라. 즉, 우리 은하의 크기는 $r \sim 100 \text{ kpc} \sim 3 \times 10^{21} \text{ m}$ 이고, 태양계의 크기는 $r \sim 100 \text{ AU} \sim 1.5 \times 10^{13} \text{ m}$ 이니 구체적인 계산을 통해 보여라.	0.6 포 인 트
-----	---	--------------------

C.3	허블의 법칙에 따르면 은하가 멀리 있을수록 지구로부터 은하가 멀어지는 속도가 빨라진다. 허블 상수는 은하의 속도를 거리로 나눈 값이며 $H=75 \text{ km/s/Mpc}$이다. 또한, 만약 앞의 문제에서 계산된 적색편이가 우주팽창으로 인한 것이라고 생각하면 $z = \frac{v}{c}$ 식을 이용할 수 있다. 이 경우 전파원까지의 거리는 얼마인가? 이것을 우리 은하의 크기와 비교하라.	0.6
-----	---	-----

파트 D: 전파원 3C 273의 고유 광도(1.8포인트)

전파원 3C 273의 전자파 세기는 스펙트럼의 전파 영역에서 측정되었으며 다음 관계식을 따르는 것으로 밝혀졌다. $F_\nu \sim 25000\nu^{(-0.3)}$ Jy. 여기에서 ν 는 관측된 진동수(헤르츠 단위)이며 $1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ 이다. 전파원은 우리로부터의 거리 d 에 해당하는 반경을 갖는 구 전체로 전파를 방사하기 때문에 관측 결과로부터 고유 광도는 다음과 같이 주어진다. $L_\nu = 4\pi d^2 F_\nu$.

D.1	단위 진동수당 전파원의 광도는 얼마입니까? ($1 \text{ pc} = 3.09 \times 10^{16} \text{ m}$)	0.6 포인 트
-----	---	----------------

D.2	전파 영역(즉, 10^7 Hz 에서 10^{11} Hz 까지)의 총 광도는 얼마입니까?	0.6 포인 트
-----	--	----------------

D.3	3C 273의 광도를 태양의 광도와 우리 은하의 광도와 각각 비교하라. ($L_{sun} = 3.82 \times 10^{26} \text{ W}$, $L_{MW} = 1.5 \times 10^{10} L_{sun}$)	0.6포 인트
-----	--	------------

파트 E: 3C 273의 에너지 근원 (1.4점)

앞선 내용을 통해 3C 273의 밝기가 단일 별, 심지어 은하 전체에 비해서도 너무 크다는 것을 확인하였다. 이 막대한 에너지 방출을 설명하기 위해서는 별 외의 다른 메커니즘이 있어야 한다.

E.1	물질과 반물질의 쌍소멸은 가시광선이나 전파 방출보다는 에너지가 큰 X-선을 방출하기 때문에 위 현상을 설명할 수 없다. 이 사실을 $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ 를 예로 사용하여 정량적으로 설명하라.	0.7pt
-----	--	-------

E.2	위 현상을 설명하기 위해 초기에 제안된 것은 물질이 초거대질량 블랙홀로 강착되는 과정이었다. 퍼텐셜 에너지가 이 모든 에너지를 제공할 수 있는지 확인해보자. 매년 태양 질량 (2×10^{30} kg)만큼의 질량이 블랙홀의 슈바르츠실드 반경($R_s = \frac{2GM}{c^2}$)에 증착된다고 하자. 이 질량 증착으로 얻을 수 있는 일률은 얼마인가? 이 결과가 D1~D3에서 논의된 관찰 내용을 설명하기에 충분한가?	0.7pt
-----	--	-------

파트 F: 현대의 관찰결과와 3C 273 구성원의 특성(1.4점)

다양한 망원경(예: 그림 3 참조)을 통해 얻은 최신 이미지에 따르면 달의 성식으로 측정된 두 구성원 A와 B는 실제로 블랙홀을 포함하는 소형 코어와 이 전 문제에서 계산한 거리만큼 펼쳐진 제트이다. 이 제트는 태양풍의 입자가 지구 자기장에 부딪혀 극 근처에서 오로라를 생성하는 것과 유사한 방식으로 강한 블랙홀 자기장을 통해 가속된 입자를 통해 생성되는 것으로 생각된다.

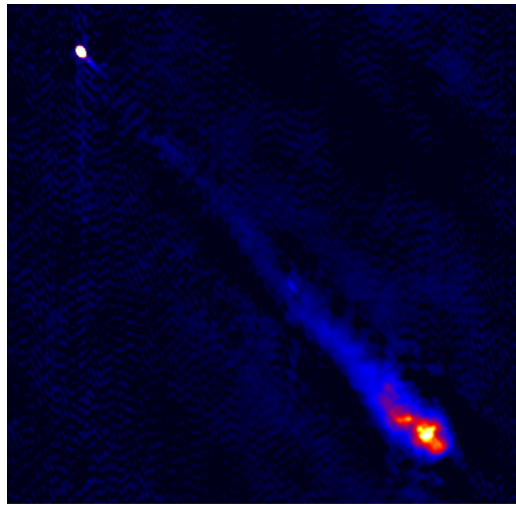


그림 3 : MERLIN 망원경으로 촬영한 3C 273의 전파 이미지.

그러한 제트를 생성하는 데 필요한 에너지 밀도는 입자 에너지 밀도 $U_e \sim B^{(-3/2)}$ 와 자기 에너지 밀도 $U_B \sim B^2$ 의 합이며, 자기장을 이용하여 표현할 수 있다.

F.1	최소 에너지 밀도는 다음과 같이 주어진다는 것을 보여라. $\frac{U_e}{U_B} = \frac{4}{3}$	0.7pt
-----	--	-------

E.2	3C 273 제트의 총 일률은 D.1과 D.2에서 계산된 1초 동안 3C 273이 방출하는 에너지의 절반으로 주어지고 제트의 부피가 10^{45} m^3 일때, 제트의 자기장의 세기를 근사적으로 구하라. (힌트: 진공 투자율은 $4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$ 이다.)	0.7pt
------------	--	--------------