

1. 금속 물체의 전하 이미지

소개 - 이미지의 방법

반지름 R 의 접지된 금속 구 근처에 점 전하 q 가 배치되고[그림 1(a) 참조], 그 결과 구에 표면 전하 분포가 유도됩니다. 표면 전하 분포로부터 전위를 계산하는 것은 엄청난 작업입니다. 그러나 이미지 방법을 사용하면 계산을 상당히 단순화할 수 있습니다. 이 방법에서는

구에 분포된 전하에 의해 생성된 전기장과 전위는 구 내부에 배치된 단일 점 전하 q' 의 전기장과 전위로 나타낼 수 있습니다 (

를 사용하여 증명할 수 있습니다.) 참고: 이 이미지의 전기장은 구 q' 는 전기장을 재현하고

외부(표면 포함)에서만 전하 전위를 갖습니다.

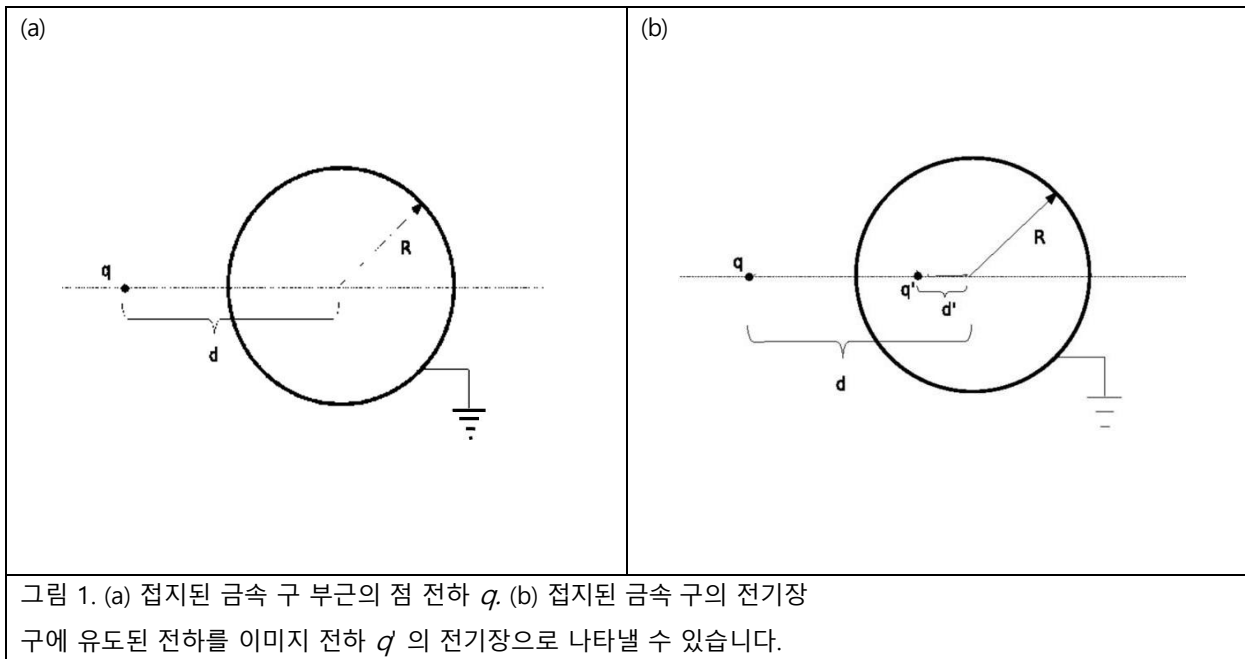


그림 1. (a) 접지된 금속 구 부근의 점 전하 q . (b) 접지된 금속 구의 전기장 구에 유도된 전하를 이미지 전하 q' 의 전기장으로 나타낼 수 있습니다.

작업 1 - 이미지 요금

문제의 대칭성에 따라 점 전하 q' 와 구의 중심을 연결하는 선에 전하 q' 를 배치해야 합니다[그림 1(b) 참조].

- 구의 전위 값은 얼마입니까? (0.3점)
- 구의 중심으로부터 전하 q' 와 전하 q 의 거리 d' 를 다음 식으로 표현합니다.
 q, d, R . (1.9점)
- 전하 q' 에 작용하는 힘의 크기를 구합니다. 그 힘은 반발력입니까? (0.5점)

작업 2 - 정전기장 차폐

반지름 R 의 접지된 금속 구의 중심에서 d 거리에 위치한 점 전하 q 를 생각해 보겠습니다. 접지된 금속 구가 구의 반대편에 있는 점 A 의 전기장에 어떤 영향을 미치는지 궁금합니다(그림 2 참조). 점 A 는 전하 q 와 구의 중심을 잇는 선상에 있으며, 점 전하 q 로부터의 거리는 r 입니다.

- (0.6점) 점 A 에서 전기장의 벡터를 구합니다.

- b) 매우 큰 거리 $r \gg d$ 의 경우 다음을 사용하여 전기장에 대한 식을 구합니다.
근사치 $(1+a)^{-2} \approx 1-2a$, 여기서 $a < 1$. (0.6점)
- c) 접지된 금속 구는 어느 한계에서 전하의 전계를 차폐합니까?
완전히, 즉 점 A의 전기장이 정확히 0이 되도록? (0.3점)

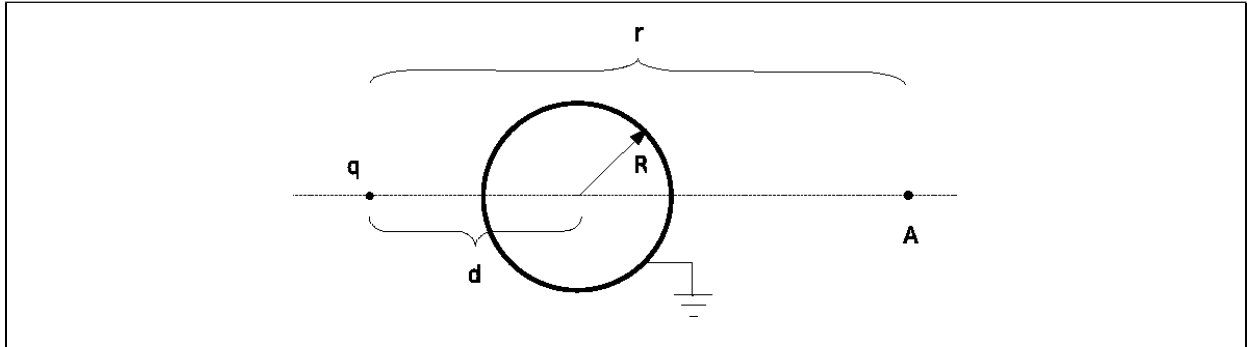


그림 2. A 지점의 전기장은 접지된 구에 의해 부분적으로 차폐됩니다.

작업 3 - 접지된 금속 구의 전기장에서의 작은 진동

질량 m 의 점 전하 q 가 접지된 금속 구 근처에 있는 벽에 부착된 길이 L 의 실에 매달려 있습니다. 고려할 때 벽의 정전기 효과는 모두 무시하세요. 점 전하가 수학적 진자를 만듭니다(그림 3 참조). 실이 벽에 부착되는 지점은 구의 중심으로부터 거리 l 에 있습니다. 중력의 영향은 무시할 수 있다고 가정합니다.

- a) 주어진 각도 α 에 대해 점 전하 q 에 작용하는 전기력의 크기를 구하고 명확한 다이어그램(0.8점)으로 방향을 표시합니다.
- b) 수직인 방향으로 작용하는 이 힘의 성분을 l, L, R, q 및 α 의 관점에서 결정하십시오. (0.8점).
- c) 진자의 작은 진동에 대한 주파수를 구합니다. (1.0점)

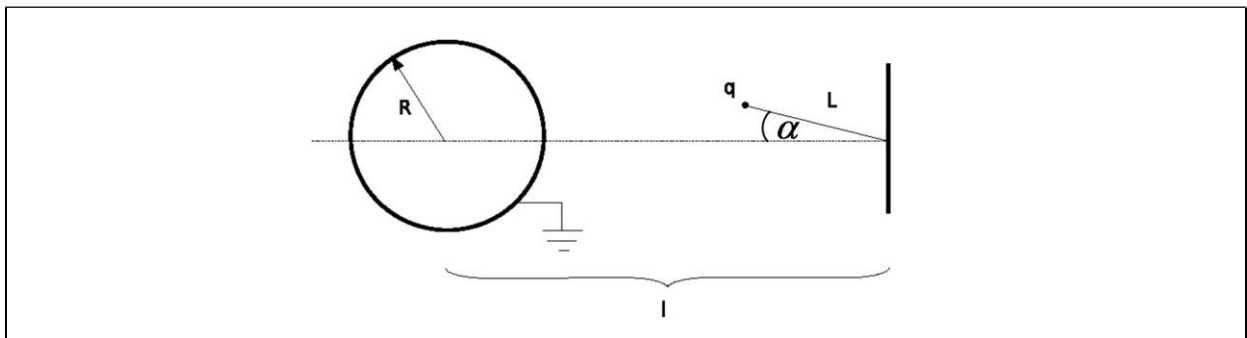


그림 3. 접지된 구 근처에 있는 점 전하가 진자처럼 진동합니다.

과제 4 - 시스템의 정전기 에너지

전하 경우 시스템의 정전기 에너지를 아는 것이 중요합니다. 문제(그림 1a 참조)에서 외부 전하 q 와 구의 유도 전하 사이에는 정전기적 상호 작용이 있고, 유도된 전하 사이에는 정전기적 상호 작용이 있습니다.

를 구 자체에 적용합니다. 전하 q , 구의 반지름 R , 거리 d 의 관점에서 보면
다음 정전기 에너지를 결정합니다:

- a) 전하 q 와 구의 유도 전하 사이의 상호작용의 정전기 에너지; (1.0점)
- b) 구에 유도된 간의 상호작용의 정전기 에너지; (1.2점)
- c) 시스템에서 상호 작용의 총 정전기 에너지입니다. (1.0점)

힌트: 이 문제를 해결하는 방법에는 여러 가지가 있습니다:

(1) 그 중 하나에서 다음 적분을 사용할 수 있습니다,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{xdx}{(x^2 + R^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{d^2 + R^2} \quad (*)$$

(2) 다른 하나에서는 N 개의 요금 모음에 대해 다음과 같은 사실을 사용할 수 있습니다.

포인트에 위치한 q_i

$r_i, i=1, \dots, N$, 정전기 정전기 에너지는 a 합계 over 모든 쌍의 요금의

합계입니다:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 \left| \vec{r}_i - \vec{r}_j \right|}.$$

2. 굴뚝 물리학

소개

연소 가스 생성물은 단면 A와 높이 h 의 높은 굴뚝을 통해 온도 $T_{\text{공기}}$ 의 대기로 방출됩니다(그림 1 참조). 고체 물질은 온도 $T_{\text{연기}}$ 용광로에서 연소됩니다. 퍼니스에서 단위 시간당 생성되는 가스의 양은 B 입니다.

보겠습니다:

- 용광로 내 가스의 속도는 무시할 수 없을 정도로 작습니다.
- 가스의 밀도 (연기)는 동일한 온도와 압력에서 공기의 밀도와 다르지 않으며, 용광로에서는 가스를 이상적으로 취급 할 수 있습니다.
- 공기의 압력은 정수압 법칙에 따라 높이에 따라 변화하며 높이에 따른 공기 밀도의 변화는 무시할 수 있습니다.
- 기체의 흐름은 흐름의 모든 지점에서 다음 보존된다는 베르누이 방정식을 충족합니다:

$$\frac{1}{2}\rho v^2(z) + \rho gz + p(z) = \text{const} ,$$

여기서 ρ 는 기체의 밀도, $v(z)$ 는 속도, $p(z)$ 는 압력, z 는 높이입니다.

- 가스의 밀도 변화는 굴뚝 전체에서 무시할 수 있습니다.

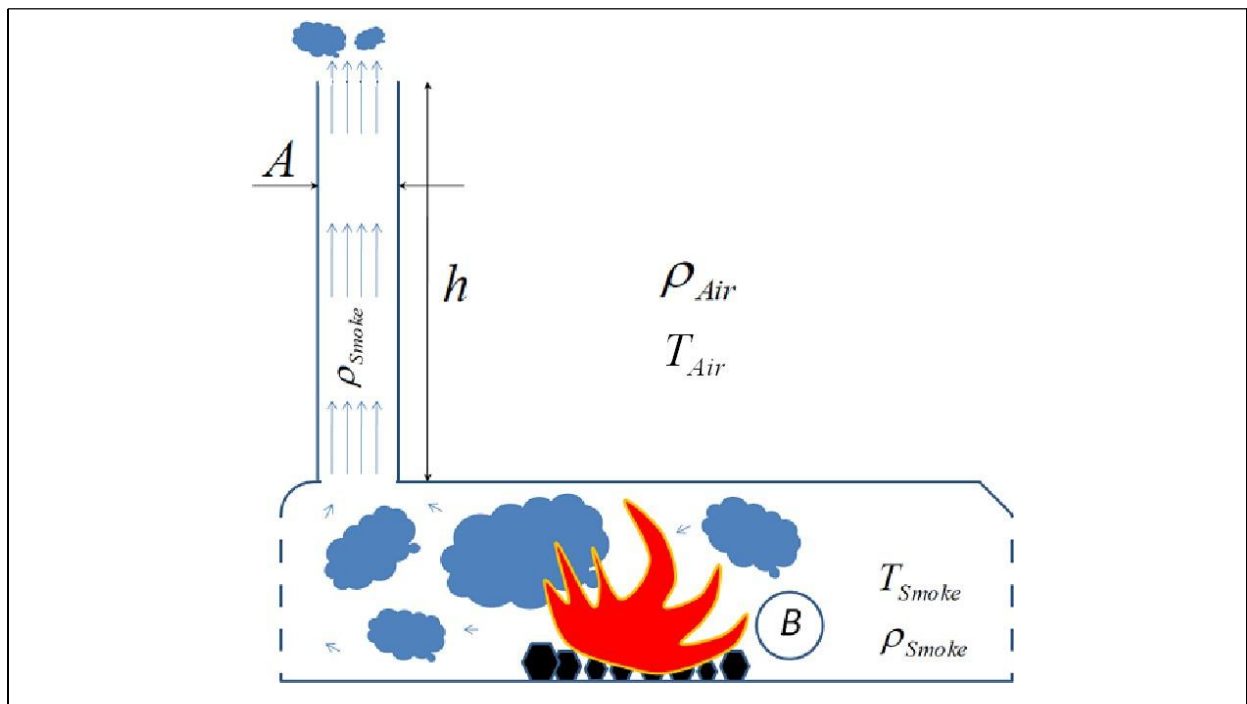


그림 1. 온도에서 용광로가 있는 높이 h 의 굴뚝 스케치 $T_{\text{연기}}$.

작업 1

- 굴뚝이 효율적으로 작동하여 생산된 가스를 모두 대기로 방출하기 위해 필요한 굴뚝의 최소 높이는 얼마입니까? 당신의

결과는 $B, A, T_{\text{공기}}, g=9.81\text{m/s}^2, \Delta T=T_{\text{연기}}-T_{\text{공기}}$ 입니다. **중요: 이후의 모든 작업에서 이 최소 높이가 굴뚝의 높이라고 가정합니다. (3.5점)**

- b) 두 개의 굴뚝이 정확히 같은 용도로 사용하도록 지어졌다고 가정해 보겠습니다. 하나는 추운 지역에서 평균 대기 온도 -30°C 에서 작동하도록 설계된 굴뚝이고 다른 하나는 따뜻한 지역에서 평균 대기 온도 $30^{(o)}\text{C}$ 에서 작동하도록 설계된 굴뚝입니다. 용광로의 온도는 $400^{(o)}\text{C}$ 이고 추운 지역에서 작동하도록 설계된 굴뚝의 높이는 100m 이며 다른 굴뚝은 얼마나 높이가 됩니까? (0.5점)
- c) 굴뚝의 높이에 따라 기체의 속도는 어떻게 변할까요? 굴뚝 단면이 높이에 따라 변하지 않는다고 가정하고 스케치/다이어그램을 작성합니다. 가스가 굴뚝으로 들어가는 지점을 표시하십시오. (0.6점)
- d) 굴뚝의 높이에 따라 기체의 압력은 어떻게 달라지나요? (0.5점)

태양광 발전소

굴뚝의 가스 특정 태양열 발전소(태양열 굴뚝)를 건설하는 데 사용할 수 있습니다. 이 아이디어는 그림 2에 설명되어 있습니다. 태양은 방해받지 않는 공기 유입을 허용하기 위해 열린 주변부를 가진 영역 S 의 집열기 아래의 공기를 가열합니다(그림 2 참조). 가열된 공기가 굴뚝(가는 실선 화살표)을 통해 상승하면 주변(두꺼운 점선 화살표)에서 새로운 차가운 공기가 집열기로 유입되어 발전소를 통해 공기가 지속적으로 흐르게 됩니다. 굴뚝을 통과하는 공기의 흐름은 터빈에 동력을 공급하여 전기 에너지를 생산합니다. 집열기의 수평 면적 단위당 단위 시간당 태양 복사 G 이며, 이 모든 에너지를 집열기의 공기를 가열하는 데 사용할 수 있다고 가정합니다(공기의 질량 열 용량은 C 이며 공기 온도에 대한 의존성을 무시할 수 있음). 태양열 효율은 가스 흐름의 운동 에너지와 굴뚝으로 들어가기 전에 공기를 가열하는 데 흡수된 태양 에너지의 비율로 정의합니다.

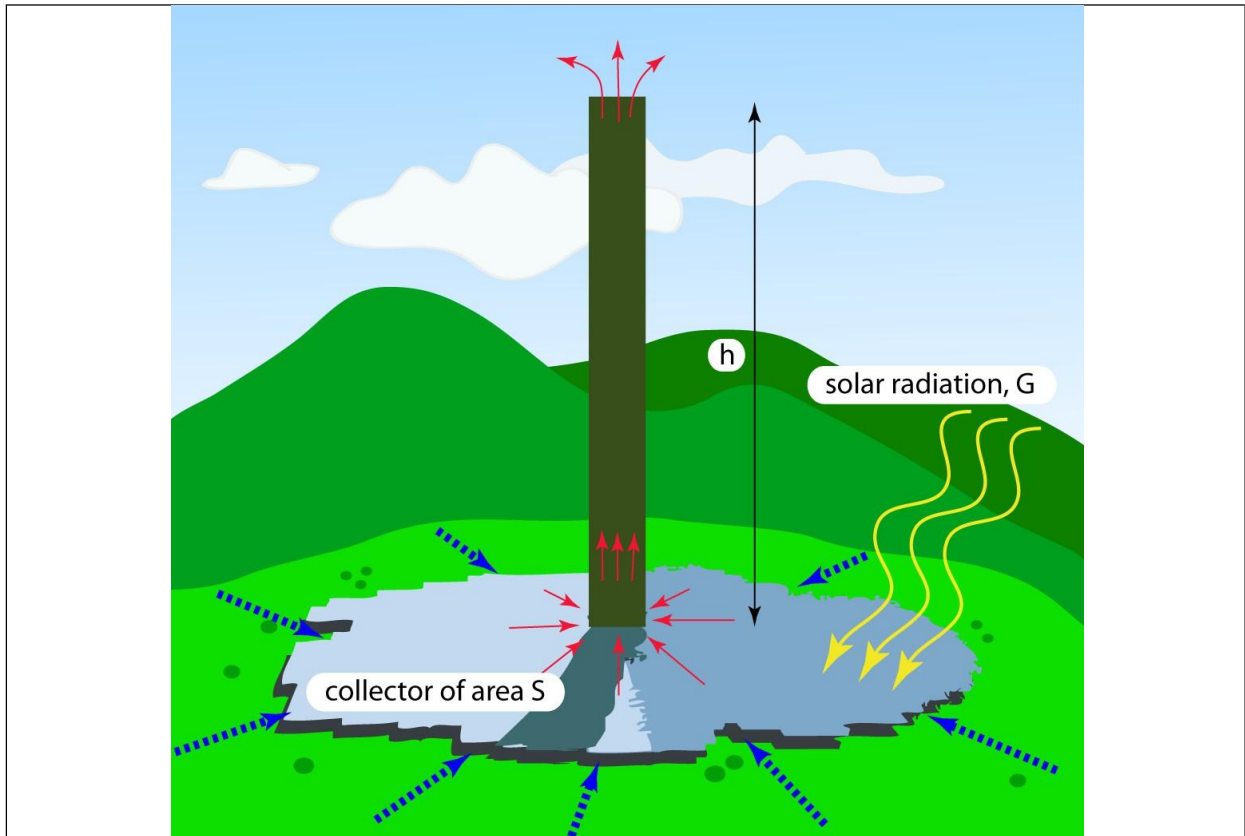


그림 2. 태양광 발전소 스케치.

작업 2

- 태양열 굴뚝 발전소의 효율은 얼마인가요? (2.0점)
- 높이에 따라 굴뚝의 효율이 어떻게 변하는지를 보여주는 다이어그램을 만드세요. (0.4점)

만자나레스 프로토타입

스페인 만자나레스에 건설된 프로토타입 굴뚝은 높이 195m, 반경 5m, 집열기는 직경 244m의 원형입니다. 프로토타입 태양열 굴뚝의 일반적인 작동 조건에서 공기의 비열은 1012 J/kg K , 열풍의 밀도는 약 0.9 kg/m^3 , 일반적인 대기 온도 $T_{\text{공기}} = 295 \text{ K}$ 입니다. 만자나레스에서 수평 표면 단위당 태양광 발전은 맑은 날에 일반적으로 150 W/m^2 정도입니다.

작업 3

- 프로토타입 발전소의 효율은 얼마인가요? 수치로 추정치를 적으세요. (0.3점)
- 프로토타입 발전소에서 얼마나 많은 전력을 생산할 수 있나요? (0.4점)
- 발전소는 전형적인 화창한 날에 얼마나 많은 에너지를 생산할 수 있습니까? (0.3점)

작업 4

- a) 주변(차가운)에서 굴뚝(따뜻한 공기)으로 들어올 때 공기 온도의 상승은 얼마나 클까요? 일반 공식을 작성하고 프로토타입 굴뚝에 대해 평가하십시오. (1.0점)
- b) 시스템을 통과하는 공기의 질량 유량은 얼마입니까? (0.5점)

3. 원자핵의 간단한 모델

소개

원자핵은 양자 물체이지만, 반경이나 결합 에너지와 같은 기본 속성에 대한 여러 현상학적 법칙은 간단한 가정으로부터 추론할 수 있습니다: (i) 핵은 양성자와 중성자로 구성되며, (ii) 이러한 핵을 하나로 묶는 강한 핵 상호작용은 매우 짧은 범위(인접한 핵 사이에서만 작용), () 주어진 핵의 양성자 수 (Z)는 중성자 수 (N)와 거의 같다는 것입니다.

$Z \approx N \approx A/2$, 여기서 A 는 총 핵의 수입니다 ($A \gg 1$). **중요: 다음을 사용하세요.**
아래 작업 1-4의 가정을 따르세요.

과제 1 - 밀집된 원자핵의 시스템으로서의 원자핵

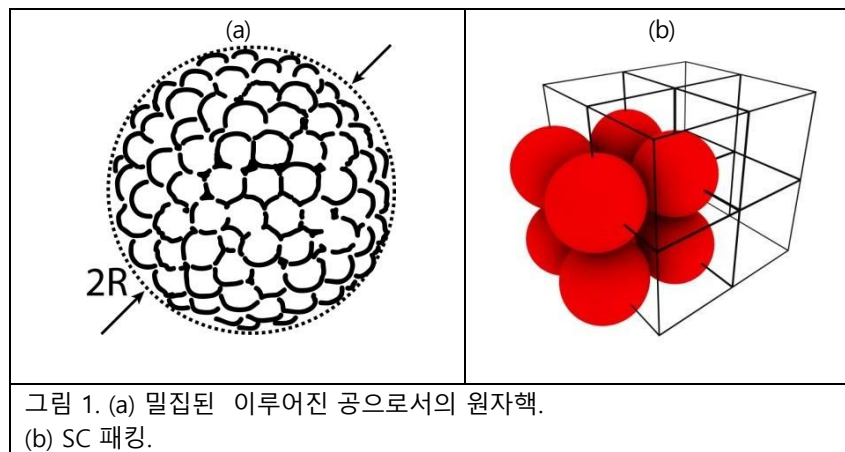
간단한 모델에서 원자핵은 밀집된 원자들로 구성된 공으로 생각할 수 있습니다.

핵자[그림 1(a) 참조], 여기서 핵자는 반경 $r_N = 0.85\text{fm}$ ($1\text{fm} = 10^{-15}\text{m}$)의 딱딱한 공입니다.

핵력은 접촉하는 두 개의 핵에만 존재합니다. 원자핵 V 의 부피가 더 큼니다.

모든 원자핵의 부피보다 큰 값 AV , 여기서 $V = \frac{4}{3}\pi r_N^3 N$, $f = AV / V$ 의 비율을

패킹 계수를 지정하고 핵 물질이 채운 공간의 비율을 나타냅니다.



- a) 각 핵이 무한 입방 격자의 격자점을 중심으로 하는 "단순 입방"(SC) 결정계에서 핵이 배열되어 있다면 패킹 계수 f 는 얼마인지 계산하십시오[그림 1(b) 참조]. (0.3점)

중요: 이후의 모든 작업에서 핵의 실제 패킹 팩터는 다음과 같다고 가정합니다.

작업 1a에서 하나. 계산할 수 없는 경우 후속 작업에서 $f = 1/2$ 를 사용합니다.

- b) A 개의 핵을 가진 원자핵의 평균 질량 밀도 ρ_m , 전하 밀도 ρ_c , 반지름 R 을 구합니다. 원자핵의 평균 질량은 $1.67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ 입니다. (1.0점)

과제 2 - 원자핵의 결합 에너지 - 부피 및 표면 조건

핵의 결합 에너지는 핵을 개별 핵으로 분해하는 데 필요한 에너지로, 본질적으로 각 핵이 이웃 핵과 갖는 인력에서 비롯됩니다. 주어진 핵이 핵 표면에 있지 않은 경우, 전체 결합 에너지에 기여하는 총 결합 에너지는 $a_v = 15.8 \text{ MeV}$ ($1 \text{ MeV} = 1.602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$)입니다. 결합 에너지에 대한 표면 핵자 하나의 기여도는 다음과 같습니다.

대략 $a_v/2$. A 원자핵을 가진 원자핵의 결합 에너지 $E_{(b)}$ 를 A , a_v 로 표현합니다,

및 f 를 사용하고 표면 보정을 포함시켰습니다. (1.9점)

과제 3 - 결합 에너지에 대한 정전기(쿨롱) 효과

균일하게 하전된 공의 정전기 에너지(반경 R , 총 전하 Q)

$$\text{는 } U_c = \frac{3Q_0^2}{20\pi\epsilon_0 R} \text{ 여기서 } \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}.$$

- a) 이 공식을 적용하면 핵의 정전기 에너지를 구할 수 있습니다. 핵에서 각 양성자는 쿨롱 힘에 의해 스스로 작용하는 아니라 나머지 양성자들에 대해서만 작용합니다. 하나는

얻은 공식에서 $Z^2 \rightarrow Z(Z-1)$ 을 대체하여 이를 고려하세요. 이것을 사용하세요.

후속 작업에서 수정합니다. (0.4점)

- b) 주(부피) 항, 표면 보정 항 및 얻어진 정전기 보정을 포함하여 결합 에너지에 대한 전체 공식을 적으십시오. (0.3점)

과제 4 - 중핵의 핵분열

핵분열은 핵이 더 작은 부분(더 가벼운 핵)으로 쪼개지는 핵 과정입니다. 그림 2와 같이 원자핵이 $A/2$ 두 개의 동일한 부분으로만 나뉜다고 가정해 봅시다.

- a) 두 개의 가벼운 핵의 거리 $d \geq 2R(A/2)$, 여기서 $R(A/2)$ 은 반지름을 나타낼 때 핵분열 생성물 E_{kin} 의 총 운동 에너지를 계산합니다. 큰 핵은 처음에 정지 상태였습니다. (1.3점)
- b) $d = 2R(A/2)$ 라고 가정하고 $A/2$ 대해 부분 a)에서 구한 E_{kin} 의 식을 평가합니다. = 100, 150, 200 및 250(결과를 MeV 단위로 표현). 위에서 설명한 모델에서 핵분열이 가능한 값을 추정하는 것은? (1.0점)

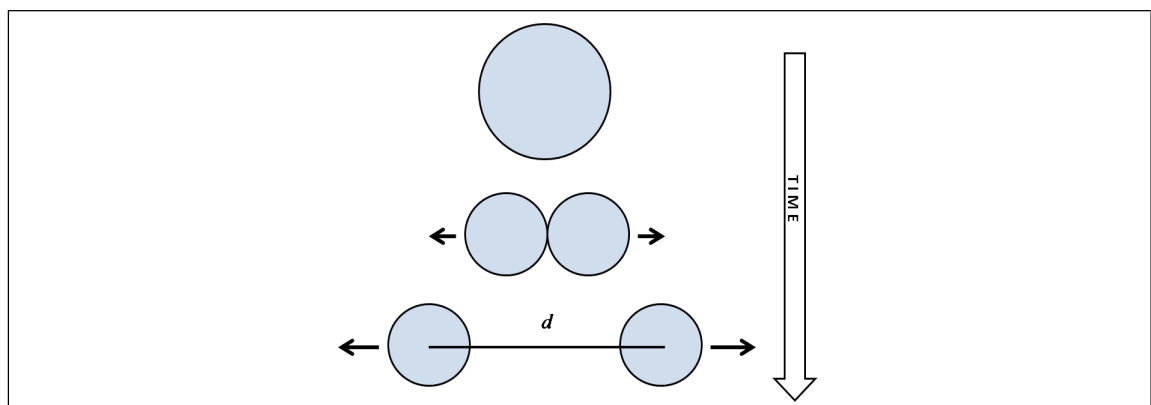


그림 2. 우리 모델에서 핵분열에 대한 개략적인 설명.

작업 5 - 반응 전송

- a) 현대 물리학에서 핵과 그 반응의 에너지학은 다음과 같은 측면에서 설명됩니다.

질량. 예를 들어, (속도가 0인) 핵이 에너지가 있는 여기 상태에 있는 경우

E_{exc}

지상 상태 위의 질량은 $m = m_0 + E_{exc} / c^2$, 여기서 m_0 는 땅속의 질량입니다.

상태입니다. 핵 반응 $^{16}\text{O} + ^{54}\text{Fe} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ 는 한 핵의 일부("클러스터")가 다른 핵으로 옮겨지는 소위 "전이 반응"의 예입니다(그림 3 참조). 이 예에서 전이된 부분은 ^4He -클러스터(α -입자)입니다. 전이 반응은 발사체와 같은 반응 생성물의 속도가 최대인 경우 최대 확률로 발생합니다(우리의 경우:

^{12}C)는 발사체의 속도와 크기와 방향이 모두 동일합니다(이 경우: ^{16}O).

표적 ^{54}Fe 는 처음에 정지 상태입니다. 반응에서 ^{58}Ni 는 더 높은 상태 중 하나로 여기됩니다. 발사체 ^{16}O 의 운동 에너지가 50 MeV인 경우, 그 상태의 여기 에너지를 구하고 이를 MeV 단위로 표현하십시오. 빛의 속도는 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ 입니다. (2.2점)

1.	$M(^{16}\text{O})$	15.99491 a.m.u.
2.	$M(^{54}\text{Fe})$	53.93962 a.m.u.
3.	$M(^{12}\text{C})$	12.00000 a.m.u.
4.	$M(^{58}\text{Ni})$	57.93535 a.m.u.

표 1. 지상 상태의 반응물의 나머지 질량. 1 a.m.u. = $1.6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

- b) 가)에서 설명한 여기 상태에서 생성된 ^{58}Ni 핵은 운동 방향으로 감마 광자를 방출하여 기저 상태로 탈진합니다. ^{58}Ni 가 정지해 있는 기준 프레임에서 이 붕괴를 고려하여 ^{58}Ni 의 반동 에너지(즉, 광자 방출 후 ^{58}Ni 가 획득하는 운동 에너지)를 구합니다. 이 시스템에서 광자 에너지는 무엇입니까? 실험실 기준계에서 광자 에너지는 무엇입니까(즉, ^{58}Ni 핵이 움직이는 방향에 위치한 검출기에서 측정된 광자의 에너지는 얼마입니까)? (1.6점)

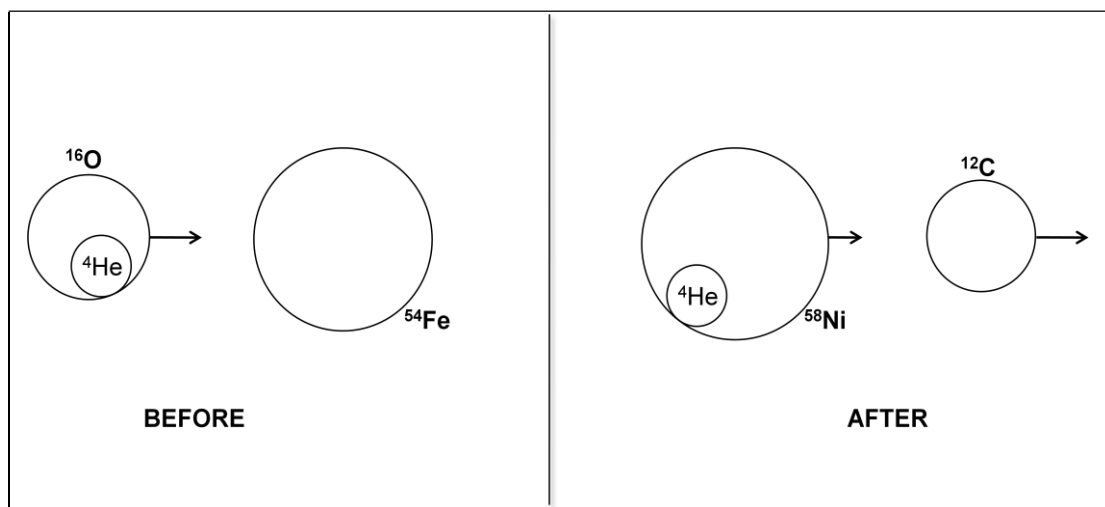


그림 3. 전달 반응의 개략도.