

일반 지침 이론 시험(30점)

2016년 7월 14일

이론 시험은 5시간 동안 진행되며 총 30점 만점입니다.

시험 전

- 시험 시작을 알리는 울리기 전에 문제가 들어 있는 봉투를 개봉해서는 안 됩니다.
- 시험 시작과 종료는 음향 신호로 알려드립니다. 매 시간마다 경과 시간을 알리는 안내 방송이 나오고 시험 15분 전(최종 음향 신호가 울리기 전)에도 안내 방송이 나옵니다.

시험 중

- 답안 작성을 위한 전용 답안지가 제공됩니다. 해당 답안지의 해당 칸에 최종 답안을 입력합니다(A 표시). 모든 문제에는 세부 작업을 수행할 수 있는 여분의 빈 문제지가 있습니다(W 표시). 항상 현재 풀고 있는 문제에 해당하는 문제지를 사용하십시오(헤더의 문제 번호 확인). 채점하고 싶지 않은 내용을 시트에 적었다면 지우십시오. 모든 페이지의 앞면만 사용하십시오.
- 답안에는 가능한 한 간결하게 작성하세요. 가능한 한 수식, 논리 연산자, 스케치 사용하여 생각을 설명하세요. 긴 문장을 사용하지 마세요.
- 숫자를 기재할 때는 적절한 숫자의 유효 자릿수를 입력하세요.
- 이전 풀지 않고도 문제의 뒷부분을 풀 수 있는 경우가 종종 있습니다.
- 물리 상수 목록은 다음 페이지에 나와 있습니다.
- 허가 없이 근무 장소를 벗어날 수 없습니다. 도움이 필요한 경우(물병 보충, 계산기 고장, 화장실 방문 등) 큐비클에 부착된 3개의 깃발 중 하나를 홀더에 꽂아 팀 가이드의 주의를 환기하세요("물병 보충해주세요", "화장실에 가야겠어요", "도움이 필요해요" 등 모든 경우).

시험이 끝나면

- 시험이 끝나면 즉시 글쓰기를 중단해야 합니다.
- 모든 문제에 대해 해당 시트를 표지(C), 문제(Q), 답안지(A), 문제지(W) 순서로 정렬합니다.
- 한 문제에 해당하는 모든 문제지를 같은 봉투에 넣습니다. 또한 일반 지침(G)을 나머지 별도의 봉투에 넣습니다. 각 봉투의 보기 창에 학생 코드가 표시되는지 확인합니다. 빈 시트도 제출합니다. 시험장 밖으로 어떤 용지도 가져갈 수 없습니다.
- 주최자가 제공한 파란색 계산기를 테이블 위에 놓아주세요.

- 필기구(볼펜 2개, 펄트 펜 1개, 연필 1개, 가위 1개, 자 1개, 귀마개 2개)와 개인용 계산기(해당되는 경우)를 가져가세요. 물병도 가져가세요.
- 봉투가 수거될 때까지 테이블에서 기다리세요. 봉투가 모두 수거되면 가이드가 시험장 밖으로 안내해 드립니다.

일반 데이터 시트

진공 상태에서의 빛의 속도	c	=	$299\,792\,458\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
진공 투과성(자기 상수)	μ_0	=	$4\pi \times 10^{-7} \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$
진공 투과율(전기 상수)	ϵ_0	=	$8.854\,187\,817 \times 10^{-12} \text{A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$
기본 요금	e	=	$1.602\,176\,620\,8(98) \times 10^{-19} \text{A} \cdot \text{s}$
전자의 질량	m_e	=	$9.109\,383\,56(11) \times 10^{-31} \text{kg}$ = $0.510\,998\,946\,1(31) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
양성자의 질량	m_p	=	$1.672\,621\,898(21) \times 10^{-27} \text{kg}$ = $938.272\,081\,3(58) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
중성자 질량	m_n	=	$1.674\,927\,471(21) \times 10^{-27} \text{kg}$ = $939.565\,413\,3(58) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
통합 원자 질량 단위	ν	=	$1.660\,539\,040(20) \times 10^{-27} \text{kg}$
리드버그 상수	R_∞	=	$10\,973\,731.568\,508(65) \text{m}^{-1}$
만유인력의 상수	G	=	$6.674\,08(31) \times 10^{-11} \text{M}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
중력에 의한 가속도(취리히 기준)	g	=	$9.81 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
플랑크 상수	h	=	$6.626\,070\,040\,(81) \times 10^{-34} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
아보가드로 수	N_A	=	$6.022\,140\,857\,(74) \times 10^{23} \text{몰}^{-1}$
물 기체 상수	R	=	$8.314\,4598(48) \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
물 질량 상수 볼츠만 상수	M_u	=	$1 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{몰}^{-1}$
스테판-볼츠만 상수	k_B	=	$1.380\,648\,52(79) \times 10^{-23} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
	σ	=	$5.670\,367\,(13) \times 10^{-8} \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{(-4)}$

역학의 두 가지 문제(10점)

이 문제를 시작하기 전에 별도의 봉투에 있는 일반 지침을 읽어보세요.

파트 A. 숨겨진 디스크(3.5점)

반경 r_1 과 두께 h_1 의 단단한 나무 원통을 예로 들어 보겠습니다. 나무 원통 내부 어딘가에서 나무는 반경 r_2 와 두께 h_2 의 금속 디스크로 대체되었습니다. 금속 디스크는 대칭축 B 이 나무 원통의 대칭축 S 과 평행하도록 배치되고 나무 원통의 윗면과 아랫면에서 같은 거리에 배치됩니다. S 와 B 사이의 거리는 d 로 나타냅니다. 나무의 밀도는 ρ_1 , 금속의 밀도는 $\rho_2 > \rho_1$ 입니다. 나무 원통과 내부의 금속 디스크의 총 질량은 M 입니다.

이 작업에서는 나무 원통이 좌우로 자유롭게 굴러갈 수 있도록 바닥에 놓습니다. 그림 1의 측면도와 설정 상단에서 본 모습을 참조하세요.

이 작업의 목표는 금속 디스크의 크기와 위치를 결정하는 것입니다.

다음에서 결과를 알려진 양으로 표현하라는 요청을 받으면 항상 다음이 알려져 있다고 가정할 수 있습니다:

$$\tau_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M. \quad (1)$$

목표는 간접 측정을 통해 τ_2 , h_2 및 d 을 구하는 것입니다.

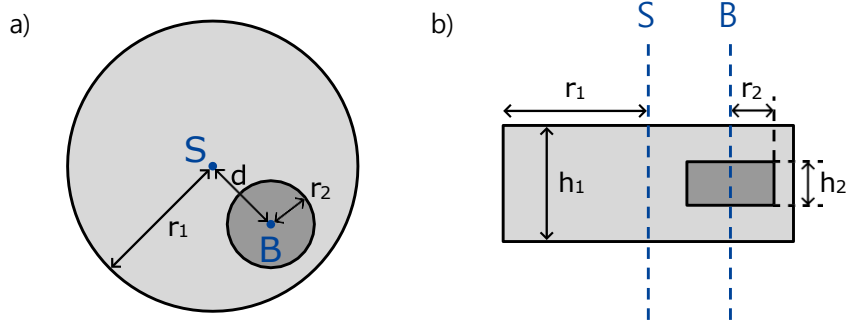


그림 1: a) 측면도 b) 위에서 본 모습

b 을 전체 시스템의 질량 중심 c 과 대칭 축 사이의 거리로 표시합니다.

S 의 거리를 측정합니다. 이 거리를 측정하기 위해 다음 실험을 설계합니다: 나무 원통이 안정된 평형 상태에 있도록 수평 받침대 위에 놓습니다. 이제 받침대를 Θ 각도만큼 천천히 기울여 보겠습니다(그림 2 참조). 정적 마찰의 결과로 나무 원통은 미끄러지지 않고 자유롭게 굴러갈 수 있습니다. 경사면에서 약간 굴러 내려가다가 우리가 측정한 각도 ϕ 만큼 회전한 후 안정된 평형 상태에 놓이게 됩니다.

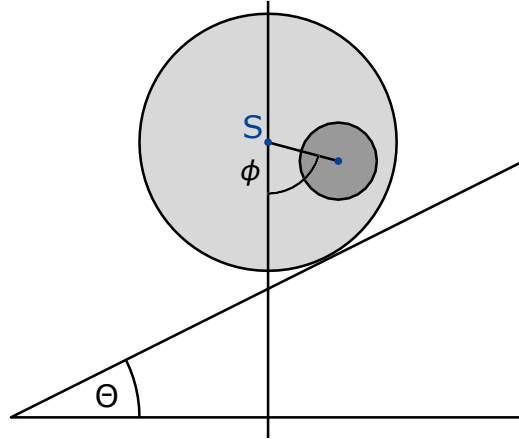


그림 2: 경사진 있는 실린더.

A.1 수량 (1), 각도 ϕ , 받침대의 0.5pt 기울기 θ 의 함수로서 b 에 대한 식을 구합니다.
기울기 각도 θ 의 함수를 구합니다.

0.8pt

이제부터는 b 의 값을 알고 있다고 가정할 수 있습니다.

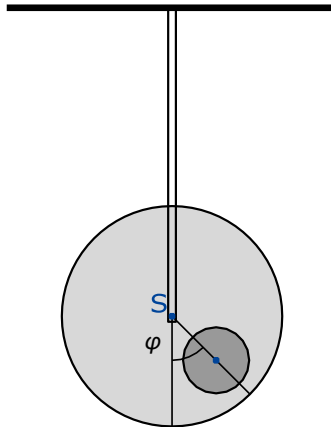


그림 3: 일시 중단된 시스템.

다음으로 대칭 축에 대한 시스템의 관성 모멘트 I_S 를 측정하려고 합니다. 이를 위해 나무 원통을 대칭축에 대고 단단한 막대에 매달아 놓습니다. 그런 다음 원통을 평형 위치에서 작은 각도 ϕ 로 돌려서. 설정은 그림 3을 참조하세요. ϕ 은 주기 T 의 주기적 동작을 설명합니다.

- A.2** φ 의 운동 방정식을 구합니다. 0.5pt 시스템의 관성 모멘트 I_S 를 표현합니다. 대칭 축을 중심으로 0.5pt 시스템 S 의 관성 모멘트를 T, b 및 알려진 양으로 표현합니다. (1). φ 이 항상 매우 작아지도록 평형 위치를 조금만 교란한다고 가정할 수 있습니다.

문제 A.1과 A.2의 측정값을 바탕으로 이제 나무 원통 내부의 금속 원판의 형상과 위치를 결정하려고 합니다.

- A.3** b 및 수량 (1)의 함수로서 거리 d 에 대한 식을 구하십시오. 0.4pt 하위 과제 A.5에서 계산되므로 τ_2 및 h_2 를 식에 변수로 포함할 수도 있습니다.

- A.4** 관성 모멘트 I_S 에 대한 식을 b 과 알려진 수량 (1), τ_2 및 $h_{(2)}$ 를 식의 변수로 포함할 수도 있습니다, 하위 작업 A.5에서 계산될 것이기 때문입니다. 0.7pt

- A.5** 위의 모든 결과를 사용하여 h_2 와 τ_2 에 대한 식을 다음과 같이 적으세요. 1.1pt b, T 및 알려진 수량 (1)으로 표현할 수 있습니다. $h_{(2)}$ 를 τ_2 의 함수로 표현할 수 있습니다.

파트 B. 회전하는 우주 정거장(6.5점)

앨리스는 우주 정거장에 사는 우주비행사입니다. 우주 정거장은 반경 R 의 거대한 바퀴가 축을 중심으로 회전하며 우주 비행사에게 인공 중력을 제공합니다. 우주비행사들은 바퀴 테두리 안쪽에서 생활합니다. 우주 정거장의 중력과 바닥의 곡률은 무시할 수 있습니다.

- B.1** 우주 정거장은 어떤 각도의 주파수 m_{ss} 로 회전하여 우주인이 지구 표면과 너트가 지구 표면에서와 동일한 중력 g_E 를 경험하도록 회전하나요? 0.5pt

앨리스와 우주비행사 친구 밥이 말다툼을 벌입니다. 밥은 그들이 실제로 우주 정거장에 살고 있다고 믿지 않고 지구에 있다고 주장합니다. 앨리스는 물리학을 이용해 자신이 회전하는 우주 정거장에 살고 있다는 것을 밥에게 증명하고 싶어 합니다. 이를 위해 앨리스는 질량 m 을 용수철 상수 k 에 부착하고 용수철이 진동하도록 합니다. 질량은 수직 방향으로만 진동하고 수평 방향으로 움직일 수 없습니다.

- B.2** 지구의 중력이 가속도에 따라 일정하다고 가정할 때 g_E , 지구에서 사람이 측정할 수 있는 지구에 있는 사람이 측정할 수 있는 가지도 주파수 m 은 0.2pt 인가요?

- B.3** 앨리스가 우주 정거장에서 측정한 각진동 주파수 m 은 정도인가요? 0.6pt

앨리스는 자신의 실험이 그들이 회전하는 우주 정거장에 있다는 것을 증명한다고 확신합니다. 밥은 여전히 회의적입니다. 그는 지구 표면 위의 중력 변화를 고려할 때 비슷한 효과를 발견할 수 있다고 주장합니다. 다음 과제에서는 밥의 말이 맞는지 조사합니다.

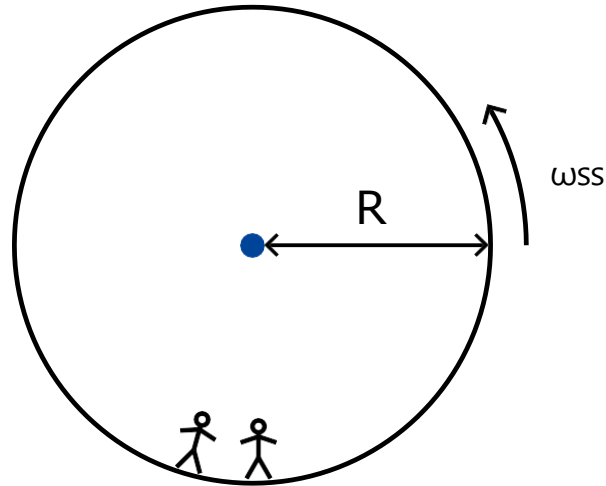


그림 4: 우주 정거장

B.4 지표면 위의 작은 높이 h 에 대한 중력 $g_E(h)$ 의 식을 도출합니다.

지구

의 0.8pt를 구하고 진동하는 질량의 진동 주파수 m_{ss} 를 계산합니다.
(선형 근사치면 충분합니다). 지구의 반지름을 R_E 으로 표시합니다. Neglect
지구의 자전.

실제로 이 우주 정거장에서 엘리스는 용수철 진자가 밥이 예측한 주파수로 진동하는 것을 발견합니다.

B.5 우주 정거장의 어느 반경 R 에서 진동 주파수 m 가 일치합니까?

지구

이 지도 주파수 m_{ss} 의 0.2pt이치하니까? 이 문제에서 다른 표현관계

밥의 고집에 화가 난 엘리스는 자신의 주장을 증명하기 위해 실험을 생각해냅니다. 이를 엘리스는 우주 정거장 바닥에 있는 H 높이의 탑에 올라가 질량을 떨어뜨립니다. 이 실험은 관성 기준 프레임뿐만 아니라 회전 기준 프레임에서도 이해할 수 있습니다.

균일하게 회전하는 기준 프레임에서 우주 비행사는 코리올리 힘이라고 하는 가상의 힘 $\mathbf{r}_c$ 을 감지합니다. 일정한 각주파수 m_{ss} 의 회전 프레임에서 속도 $\mathbf{v}$ 로 움직이는 질량 m 의 물체에 작용하는 힘 $\mathbf{r}_c$ 은 다음과 같이 주어집니다.

$$\mathbf{r}_c = 2m\mathbf{v} \times \mathbf{m}_{ss} \quad (2)$$

사용할 수 있는 스칼라 수량은 다음과 같습니다.

$$r_c = 2mvm_{ss} \sin \phi, \quad (3)$$

여기서 ϕ 은 속도와 회전축 사이의 각도입니다. 힘은 속도 $\mathbf{v}$ 와 회전축 수직입니다. 힘의 부호는 오른쪽 규칙에서 결정할 수 있지만 다음에서는 자유롭게 선택할 수 있습니다.

- B.6** 의 수평 속도 v_x 와 수평 변위 d_x (타워 바닥에 대해 타워에 수직인 방향으로 1.1pt 상대)를 계산합니다. 질량은 m 입니다. 타워의 높이 H 가 작아서 우주비행사가 측정 한 가속도가 낙하하는 동안 일정하다고 가정할 수 있습니다. 또한 $d_x \ll H$.

좋은 결과를 얻기 위해 엘리스는 이전보다 훨씬 더 높은 탑에서 이 실험을하기로 결정합니다. 놀랍게도 질량이

- B.7** 다음과 같은 일이 일어날 수 있는 타워 높이의 하한을 구합니다.
 $d_x = 0$.

1.3pt

탑의 바닥에 닿아 $d_x=0$.

엘리스는 밥을 설득하기 위해 마지막으로 한 번 더 시도해 보려고 합니다. 그녀는 스프링 오실레이터를 사용하여 코리올리 힘의 효과를 보여주고자 합니다. 이를 위해 엘리스는 원래 설정을 변경합니다: 그녀는 마찰 없이 x 방향으로 수평 막대 위에서 자유롭게 미끄러질 수 있는 링에 용수철을 부착합니다. 스프링 자체는 y 방향으로 진동합니다. 막대는 바닥과 평행하고 우주 정거장의 회전축에 수직입니다. 따라서 xy 평면은 회전축에 수직이며 y 방향은 정거장의 회전 중심을 똑바로 가리킵니다.

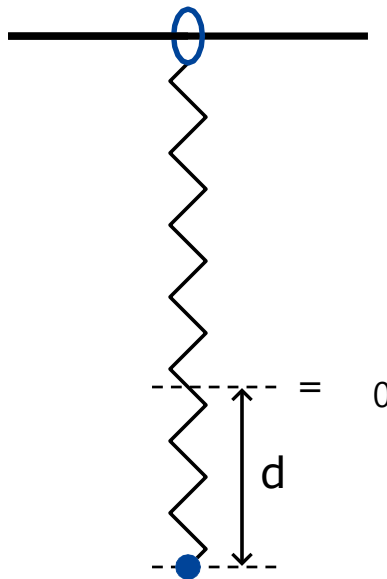


그림 5: 설정.

B.8

앨리스는 질량을 평형점에서 d 아래쪽으로 당깁니다 $x=0$,
 $y=0$ 으로 다음 해제합니다(그림 5 참조).

1.7pt

- $x(t)$ 와 $y(t)$ 의 대수 식을 구합니다. $m_{ss}d$ 이 작다고 가정하고 y -축을 따라 운동하는 코리올리 힘은 무시해도 됩니다.
- 궤적 $(x(t), y(t))$ 을 스케치하고 진폭과 같은 모든 중요한 특징을 표시합니다.

앨리스와 밥은 계속 다투고 있습니다.

전기 회로의 비선형 동역학()

이 문제를 시작하기 전에 별도의 봉투에 있는 일반 지침을 읽어보세요.

소개

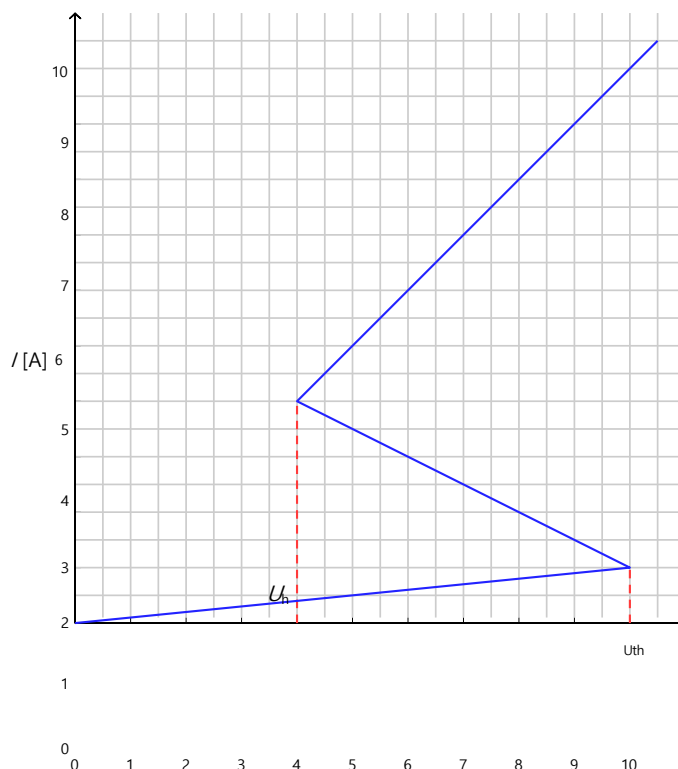
이안정성 비선형 반도체 소자(예: 사이리스터)는 전자제품에서 전자기 진동의 스위치 및 발전기로 널리 사용됩니다. 사이리스터의 주요 응용 분야는 전력 전자장치에서 교류 전류를 제어하는 것으로, 예를 들어 메가와트급에서 교류 전류를 직류로 정류하는 것입니다. 이안정 소자는 물리학(이 주제는 문제의 B 파트에서 다룸), 생물학(파트 C 참조) 및 현대 비선형 과학의 다른 분야에서 자기 조직화 현상에 대한 모델 시스템으로도 사용될 수 있습니다.

목표

비선형 특성을 가진 소자를 포함한 회로의 불안정성과 비선형 역학을 연구하기 위해 $I-V$ 특성, 엔지니어링 및 생물학적 시스템 모델링에서 이러한 회로의 응용 가능성을 발견합니다.

파트 A. 정지 상태 및 불안정성(3점)

그림 1은 비선형 소자의 소위 **S자형** $I-V$ 특성을 보여줍니다. $EU_h = 4.00V$ (유지 전압)와 $U_{th} = 10.0V$ (임계 전압) 사이의 전압 범위에서 이 $I-V$ 특성은 다중값입니다. 간단하게 하기 위해 그림 1의 그래프는 조각별 선형(각 분기는 직선의 세그먼트)으로 선택했습니다. 특히 위쪽 가지의 확장되면 원점에 닿습니다. 이 근사치는 실제 사이리스터에 대한 좋은 설명을 제공합니다.



U [V]

그림 1: I - V 비선형 요소의 특성 E

- A.1** 그래프를 사용하여 위쪽의 E 요소의 저항 $R_{(\text{계정})}$ 을 결정합니다. $I-V$ 특성의 0.4pt 가치와 아래쪽 가치의 $R_{(\text{계정})}$ 을 각각 결정합니다. 중간 분기는 다음 방정식으로 설명됩니다.

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}} \quad (1)$$

매개 변수 I_0 및 $R_{(\text{int})}$ 의 값을 찾습니다.

소자 E 는 저항 R , 인덕터 L 및 이상적인 전압 소스 S 와 직렬로 연결됩니다(그림 2 참조). 전류가 시간에 따라 일정하면 $I(t) = \text{상수}$ 라고 하여 회로가 정지 상태라고 합니다.

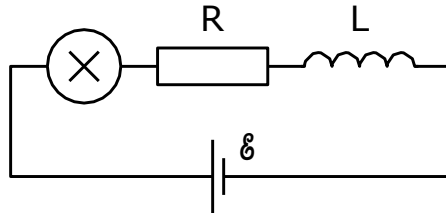


그림 2: 소자 E , 저항 R , 인덕터 L 및 전압 소스 S 를 사용한 회로.

- A.2** 그림 2의 회로가 가질 수 있는 정지 상태의 수는 몇 개입니까? 1pt
가 고정된 값 S 및 $R = 3.00 \, \Omega$ 에 대해 가질 수 있는 정지 상태의 수는? 다음에 대한 답은 어떻게

- A.3** 그림 2에 표시된 회로에서 $R = 3.00 \, \Omega$, $L = 1.00 \, \mu\text{H}$ 및 $S = 15.0\text{V}$ 를 보자. 0.6pt
에서 전류 $I_{(\text{고정})}$ 및 전압 $V_{(\text{고정})}$ 의 값을 결정하십시오.

그림 2의 회로는 $I(t) = I_{\text{정지}}$ 로 정지 상태입니다. 이 정지 상태는 작은 변위(전류의 증가 또는 감소) 후에 정지 상태를 향해 돌아오면 안정적이라고 합니다. 그리고 시스템이 정지 상태에서 계속 멀어지면 불안정하다고 합니다.

- A.4** 문제 A.3의 수치를 사용하여 정지 상태의 안정성을 연구하십시오. 1pt
상태와 $I(t) = I_{\text{고정}}$. 안정적입니까, 불안정합니까?

파트 B. 물리학의 이안정 비선형 요소: 무선 송신기(5점)

이제 새로운 회로 구성을 살펴봅시다(그림 3 참조). 이번에는 비선형 요소 E 를 커패시턴스 $C = 1.00 \, \mu\text{F}$ 의 커패시터에 병렬로 연결합니다. 그런 다음이 블록은 저항 $R = 3.00 \, \Omega$ 및 전압 $S = 15.0\text{V}$ 의 이상적인 정전압 소스에 직렬로 연결됩니다. 이 회로는 비선형 요소 E 한 분기에서 점프하는 진동을 겪는 것으로 나타났습니다. $I-V$ 특성을 한 주기에 걸쳐 다른 특성으로 변경합니다.

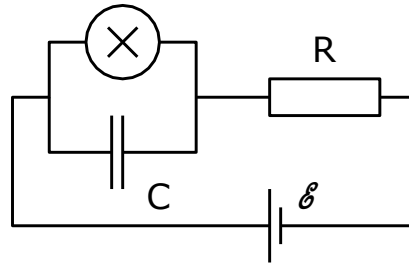


그림 3: 소자 E , 커패시터 C , 저항 R 및 전압 소스 S 를 사용한 회로.

B.1 $I - V$ 그래프에 진동 주기를 그리고 그 방향(시계 방향 또는 시계 반대 방향 또는 시계 반대 방향). 방정식과 스케치를 사용하여 답을 정당화하세요. 1.8pt

B.2 시스템이 각 지점에서 소비하는 시간 t_1 및 t_2 에 대한 식을 구합니다. 진동 주기 동안 $I - V$ 그래프의 1.9pt를 구합니다. 그 수치를 결정합니다. **ues.** $I - V$ 그래프의 분기 사이를 점프하는 데 필요한 시간이 무시할 수 있다고 가정하여 진동 주기 T 의 수치를 구합니다. 0.7pt

B.3 비선형 요소에 의해 0.5pt 진동 동안 소모되는 평균 전력 P 를 추정합니다.

0.7pt

그림 3의 회로는 무선 송신기를 만드는 데 사용됩니다. 이를 위해 E 요소는 길이 s 의 선형 안테나 (긴 직선 와이어)의 한쪽 끝에 부착됩니다. 와이어의 다른 쪽 끝은 자유입니다. 안테나에서 전자기 정재파가 형성됩니다. 안테나를 따라 흐르는 전자기파의 속도는 진공 상태와 동일합니다. 송신기는 질문 **B.2**의 기간 T 이 있는 시스템의 주 고조파를 사용하고 있습니다.

B.4 1km를 초과할 수 없다고 가정할 때 s 의 최적값은 얼마입니까?

0.6pt

파트 C. 생물학의 이안정 비선형 요소: 신경학자(2점)

이 문제에서는 생물학적 과정의 모델링에 이안정 비선형 요소를 적용하는 방법을 살펴봅니다. 인간의 뇌에 있는 뉴런은 외부 신호에 의해 여기되면 한 번의 진동을 일으킨 후 초기 상태로 돌아가는 특성을 가지고 있습니다. 이 특징을 흥분성이라고 합니다. 이 특성으로 인해 펄스는 신경 시스템을 구성하는 결합 뉴런의 네트워크에서 전파될 수 있습니다. 흥분성과 펄스 전파를 모방하도록 설계된 반도체 칩을 뉴리스터(뉴런과 트랜지스터의 합성어)라고 합니다.

앞서 살펴본 비선형 소자 E 를 포함하는 회로를 사용하여 간단한 뉴리스터를 모델링해 보겠습니다. 이를 위해 그림 3의 회로에서 전압 S 값으로 낮춥니다. =

12.0 V. 진동이 멈추고 시스템이 정지 상태에 도달합니다. 그런 다음 전압이 $S = 15.0V$ 값으로 빠르게 증가되고 일정 시간이 지나면 τ ($\tau < T$)가 다시 값으로 설정됩니다.

S (그림 4 참조). 특정 임계값이 $\tau_{\text{비판}}$, 시스템은 $\tau < \tau_{\text{비판}}$ 및 $\tau > \tau_{\text{비판}}$ 에 대해 질적으로 다른 동작을 보여줍니다.

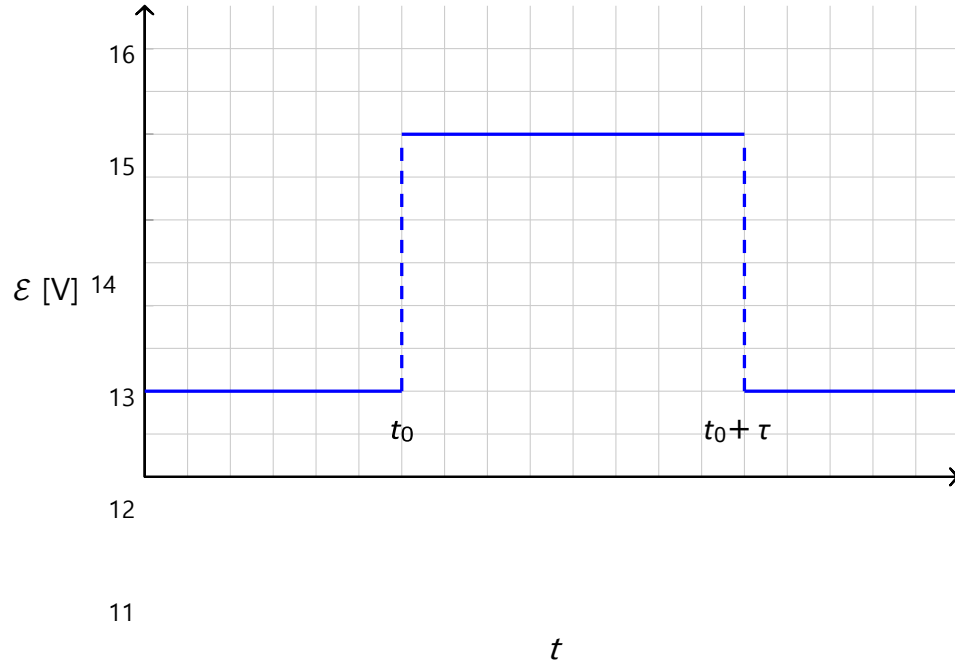


그림 4: 시간에 따른 전압 소스의 전압.

C.1 현재 $I_E(t)$ 의 비선형에 대한 시간 의존성 그래프를 스케치합니다.
요소 E 에 대한 $\tau < \tau_{\text{비관}}$ 및 $\tau > \tau_{\text{비관}}$. 1.2pt

C.2 임계 시간 τ_{crit} 식과 그 수치를 구합니다.
이 경우, 이 식은 수리적으로 표현됩니다. 0.6pt

C.3 $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ 의 회로는 뉴리스트터입니까? 0.2pt

대형 강입자 충돌기 ()

이 문제를 시작하기 전에 별도의 봉투에 있는 일반 지침을 읽어보세요.

이 과제에서는 CERN의 입자 가속기 LHC(대형 강입자 충돌기)의 물리학에 대해 설명합니다. CERN은 세계 최대의 입자 물리학 연구소입니다. 이곳의 주요 목표는 자연의 기본 법칙에 대한 통찰력을 얻는 것입니다. 두 개의 입자 빔이 고에너지로 가속되어 강한 자기장에 의해 가속기 링 주위로 유도된 다음 서로 충돌하도록 만들어집니다. 양성자는 가속기 둘레에 균일하게 퍼져 있지 않고 소위 뭉쳐 있습니다. 충돌로 인해 생성된 입자는 대형 검출기로 관찰됩니다. LHC의 일부 매개변수는 표 1에서 확인할 수 있습니다.

LHC 링	
링의 둘레	26659 m
양성자 빔당 묶음 수	2808
묶음당 양성자 수	1.15×10^{11}
양성자 빔	
양성자의 에너지	7.00 TeV
질량 에너지 중심	14.0 TeV

표 1: 관련 LHC 파라미터의 일반적인 수치.

입자 물리학자들은 에너지, 운동량, 질량에 편리한 단위를 사용합니다: 에너지는 전자 볼트[eV]로 측정됩니다. 정의에 따르면 1eV는 기본 전하 e 를 가진 입자가 1볼트의 전위차를 통해 이동하면서 얻는 에너지의 양입니다($1\text{eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$).

운동량은 eV/c 단위로, 질량은 eV/c^2 단위로 측정되며 c 는 진공 상태에서의 빛의 속도입니다. 1eV는 매우 작은 양의 에너지이기 때문에 입자 물리학자들은 종종 MeV($= 10^6 \text{eV}$), GeV($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{eV}$) 또는 TeV($1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{eV}$)를 사용합니다.

파트 A는 양성자 또는 전자의 가속도를 다룹니다. 파트 B는 CERN의 충돌에서 생성된 입자의 식별에 관한 것입니다.

파트 A. LHC 가속기(6점)

가속:

양성자가 전압 V 에 의해 가속되어 속도가 빛의 속도에 매우 가깝다고 가정하고 복사 또는 다른 입자와의 충돌로 인한 에너지 손실을 무시합니다.

A.1 양성자의 최종 속도 v 에 대한 정확한 식을 다음의 함수로 구합니다.
가속 전압 V , 그리고 물리 상수.

0.7pt

CERN의 향후 실험 설계는 LHC의 양성자를 사용하여 60.0 GeV의 에너지를 가진 전자와 충돌시킬 계획입니다.

- A.2** 에너지가 높고 질량이 낮은 입자의 경우 상대 편차 $\Delta = (c - v)/c$ 에서 최종 속도 v 의 0.8pt는 매우 작습니다. Δ 에 대한 일차 ap- 근사를 구하고 에너지가 60.0 GeV인 전자의 Δ 를 계산합니다. 광속

이제 LHC의 양성자로 돌아가 보겠습니다. 빔 파이프가 원형 모양이라고 가정합니다.

- A.3** 양성자 빔을 원형 트랙에서 1.0pt로 유지하는 데 필요한 균일한 자속 밀도 B 식을 유도합니다. 표현식에는 en-만 포함되어야 합니다. 양성자의 에너지 E , 원주율 L , 기본 상수 및 숫자. 효과가 최소 유효 자릿수로 주어진 정밀도보다 작은 경우 적절한 근사치를 사용할 수 있습니다. 양성자 사이의 상호작용을 무시하고 양성자 에너지 $E = 7.00\text{TeV}$ 에 대한 자속 밀도 B 를 계산합니다.

방사 전력:

가속된 하전 입자는 전자기파의 형태로 에너지를 방출합니다. 일정한 각속도로 순환하는 하전 입자의 복사 전력 P_{rad} 은 가속도 a , 전하 q , 빛의 속도 c 및 자유 공간의 유전율 ϵ_0 에만 의존합니다.

- A.4** 차원 분석을 사용하여 복사 전력 P_{rad} 에 대한 식을 구합니다. 1.0pt

복사 전력의 실제 공식에는 $1/(6\pi)$ 계수가 포함되어 있으며, 또한 완전한 상대론적 도함수는 $\gamma = (1 - v/c)^{-2}$ 와 함께 추가 곱셈 계수 γ 를 제공합니다.

- A.5** 양성자 에너지 $E = 1.0\text{pt}$ 에 대해 LHC의 총 복사 전력인 P_{tot} 를 계산합니다.

선형 가속:

CERN에서 정지 상태의 양성자는 길이 $d = 30.0\text{m}$ 의 선형 가속기에 의해 $V = 500\text{ MV}$ 의 전위차를 통해 가속됩니다. 전기장이 균질하다고 가정합니다. 선형 가속기는 그림 1에 스케치된 것처럼 두 개의 판으로 구성됩니다.

A.6 양성자가 이 필드를 통과하는 데 걸리는 시간 T 구하십시오.

1.5pt

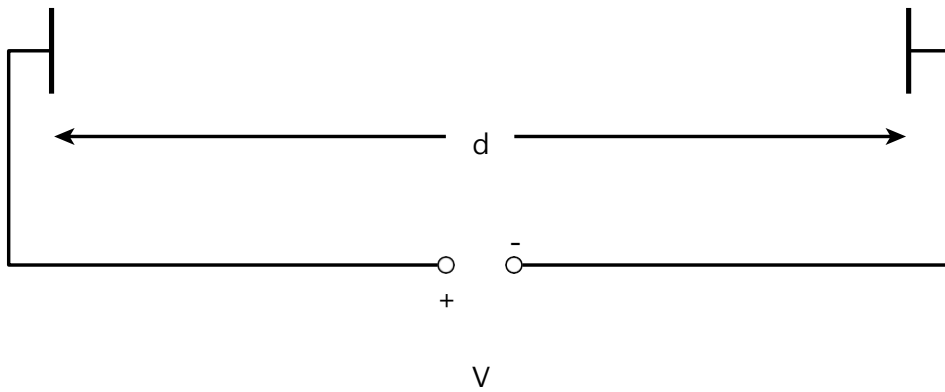


그림 1: 가속기 모듈의 스케치.

파트 B. 입자 식별(4점)

비행 시간:

상호작용 과정을 해석하기 위해서는 충돌에서 생성되는 고에너지 입자를 식별하는 것이 중요합니다. 간단한 방법은 알려진 운동량을 가진 입자가 길이 l 를 통과하는 데 필요한 시간(t)을 소위 비행 시간(ToF) 탐지기로 측정하는 것입니다. 검출기에서 식별되는 일반적인 입자는 질량과 함께 표 2에 나열되어 있습니다.

파티클	질량 [MeV/c ²]
Deuteron	1876
양성자	938
충전된 가온	494
충전된 파이온	140
전자	0.511

표 2: 파티클과 그 질량.

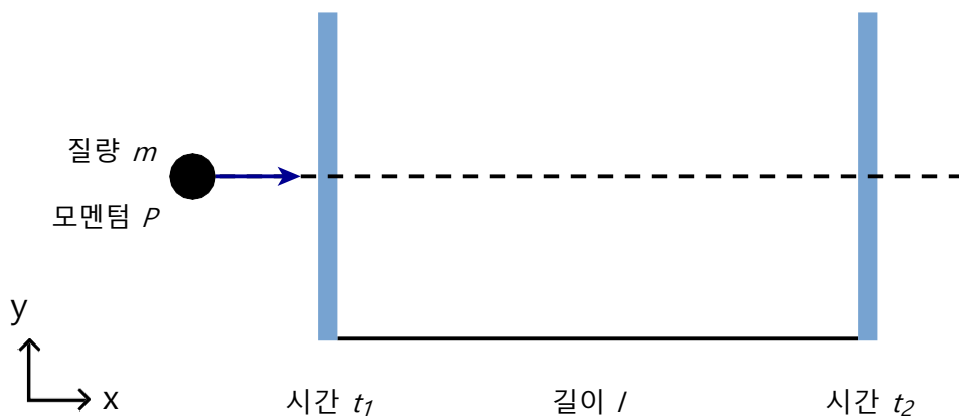


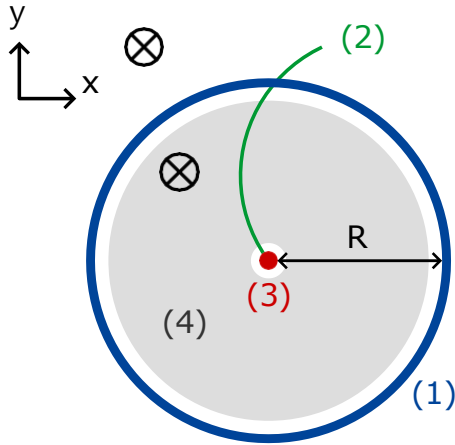
그림 2: 비행 시간 감지기의 개략도.

- B.1** 입자 질량 m 을 운동량 p , 비행 길이 0.8pt 로 표현합니다.
 l 와 비행 시간 t , 입자가 기본 전하 e 를 가지며 ToF 검출기의 직선 트랙에서 c 에 가까운
속도로 이동하고 두 감지 평면에 수직으로 이동한다고 가정합니다(그림 2 참조).

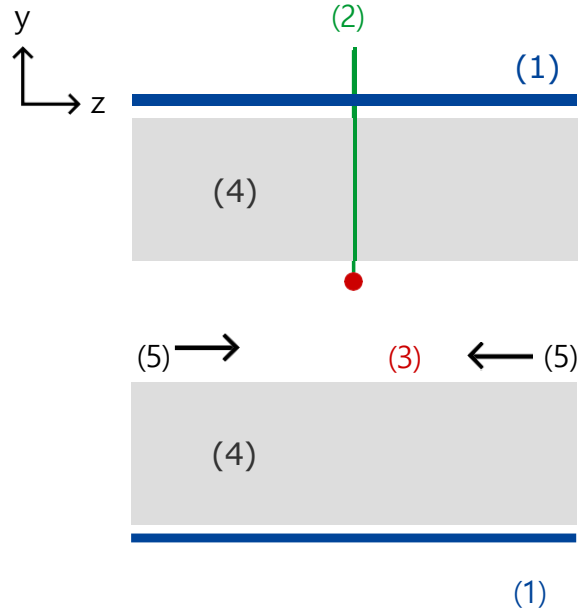
B.2

두 모멘타가 모두 측정될 때, 하전된 카온과 하전된 양성자를 안전하게 구분할 수 있는 ToF 검출기의 최소 길이 l 를 계산합니다.
를 $1.00 \text{ GeV}/c$ 로 설정합니다. 좋은 분리를 위해서는 비행 시간 차이가 검출기의 시간 분해능보다 3배 이상 커야 합니다. ToF 검출기의 일반적인 분해능은 150ps ($1\text{ps} = 10^{-12}$)입니다.

아래에서는 일반적인 LHC 검출기에서 생성된 입자를 추적 검출기와 ToF 검출기로 구성된 2단계 검출기에서 식별합니다. 그림 3은 양성자 빔의 가로 및 세로 평면에서의 설정을 보여줍니다. 두 검출기 모두 빔이 튜브의 중앙을 통과하는 상호작용 영역을 둘러싸고 있는 튜브입니다. 추적 검출기는 양성자 빔과 방향이 평행한 자기장을 통과하는 하전 입자의 궤적을 측정합니다. ra -궤적의 τ 를 통해 입자의 횡방향 운동량 p 를 결정할 수 있습니다. 따라서
ToF 감지기는 비행 시간(충돌과 ToF 튜브의 감지 사이의 시간)을 측정하는 데 하나의 튜브만 필요합니다. 이 ToF 튜브는 추적 챔버 바로 바깥쪽에 위치합니다. 이 작업에서는 충돌로 인해 생성된 모든 입자가 양성자 빔에 수직으로 이동한다고 가정할 수 있으며, 이는 생성된 입자가 양성자 빔의 방향을 따라 운동량이 없음을 의미합니다.



횡단면



단면의

빔라인을 따라 튜브 중앙에서

세로보기

- (1) - ToF 튜브
- (2) - 트랙
- (3) - 충돌 지점
- (4) - 추적 튜브
- (5) - 양성자 빔
- ⊗ - 자기장

그림 3 : 추적 챔버와 ToF 검출기를 사용한 입자 식별 실험 설정. 두 검출기 모두 가운데의 충돌 지점을 둘러싼 튜브입니다. 왼쪽: 빔라인에 수직인 횡단면 뷰. 오른쪽: 빔 라인에 평행한 종단면 뷰. 입자는 빔 라인에 수직으로 이동하고 있습니다.

B.3 입자 질량을 자속 밀도 B , ToF 튜브의 반경 R
1.7pt, 기본 상수 및 측정된 양으로 표현합니다: 반경 r
의 트랙과 비행 시간 t .

네 개의 입자를 감지했고 이를 식별하려고 합니다. 추적 검출기의 자속 밀도는 $B=0.500$ T. ToF 튜브의 반경 R 은 3.70 m. 측정값은 다음과 같습니다($1\text{ns} = 10^{-9}\text{s}$):

파티클	궤적 반경 r [m]	비행 시간 t [ns]
A	5.10	20
B	2.94	14

C	6.06	18
D	2.31	25

B.4 입자의 질량을 계산하여 네 개의 입자를 식별합니다.

0.8pt

일반 지시사항: 이론 시험 (30 점)

2016 년 7 월 14 일

이론 시험은 5시간 동안 진행되며, 총 30점입니다.

시험 시작 전

- 시험 시작을 알리는 신호 벨이 울리기 전에 문제가 들어 있는 봉투를 열어서는 안 됩니다.
- 시험의 시작과 끝은 벨 소리로 안내됩니다. 매 시간마다 경과된 시간이 안내되며, 시험의 종료를 알리는 벨 소리가 울리기 15분 전에도 안내됩니다.

시험 응시 중

- 답안을 쓰는 전용 답안지가 각 문제당 제공됩니다. 각 문제 번호와 일치하는 답안지(A 로 표시됨)에 답을 적으시면 됩니다. 각 문제에 여분의 빈 계산용지 (W 로 표시됨)가 제공됩니다. 현재 풀고 있는 문제 번호와 풀이 과정을 작성한 계산용지가 맞는지 확인하십시오. (상단의 문제 번호를 확인하십시오.) 어느 계산용지든 쓴 것 중 채점이 되지 않기를 원하는 것은 X 표시를 하십시오. 각 계산용지의 앞면만 활용하십시오.
- 풀이 과정을 작성할 때 최대한 간결하게 작성하십시오: 방정식을 사용하거나, 논리 연산자를 사용하고, 생각하는 내 용을 간단하게 작성하십시오. 긴 문장을 쓰는 것을 피한다.
- 숫자를 표시할 때는 정확한 유효숫자의 개수를 지정해야 합니다.
- 전 단계의 문제를 풀지 않았더라도 다음 단계의 문제를 풀 수도 있습니다.
- 물리 상수 목록은 다음 페이지에 있습니다.
- 허가 없이 시험장을 벗어날 수 없습니다. 도움이 필요한 경우(마실 물을 보충할 경우, 계산기 고장, 화장실 방문이 필요한 경우 등), 세 개의 깃발 중 하나("마실 물을 보충하고자 합니다.", "화장실에 가려고 합니다.", "도움이 필요합니다.")를 사용하여 감독관에게 알려 주시기 바랍니다.

시험 종료 후

- 시험이 종료되는 즉시 답안 작성을 중지해야 합니다.
- 각 문제에 대해 작성한 용지의 순서를 정렬합니다. 순서는 다음과 같습니다: 겹장(표지, C), 문제지 (문제지, Q), 답안지(답안지, A), 계산용지(워크시트, W)
- 한 문제에 해당하는 모든 계산용지는 해당 문제의 봉투에 함께 넣으세요. 일반 지시사항(G)은 남은 봉투에 따로 넣으세요. 학생 수험번호가 각 봉투의 투명한 창을 통해 보일 수 있도록 넣으세요. 사용하지 않은 계산용지도 제출하세요. 어떤 종이도 시험장 밖으로 가지고 나갈 수 없습니다.
- 제공된 파란색 계산기는 책상 위에 그대로 두고 가세요.
- 필기구 (볼펜 2 자루, 펄트펜 1 자루, 연필 1 자루, 가위 1 개, 자 1 개, 귀마개 2 쌍) 와 각자의 개인 계산기를 가져가세요. 또한, 개인 물병도 가져가세요.
- 봉투가 수거될 때까지 책상에서 대기하십시오. 봉투가 수거되면 감독관이 시험장 밖으로 안내해 줄 것입니다.

일반적인 상수 목록 (일반 데이터 시트)

진공에서 빛의 속력	c	=	$299\,792\,458\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
진공에서의 투자율 (자기 상수)	μ_0	=	$4\pi\times 10^{-7}\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$
진공에서의 유전율 (전기 상수)	ϵ_0	=	$8.854\,187\,817\times 10^{-12}\text{A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
기본 전하	e	=	$1.602\,176\,620\,8(98)\times 10^{-19}\text{A}\cdot\text{s}$
전자의 질량	m_e	=	$9.109\,383\,56(11)\times 10^{-31}\text{kg}$ = $0.510\,998\,946\,1(31)\frac{\text{MeV}}{c^2}$
양성자의 질량	m_p	=	$1.672\,621\,898(21)\times 10^{-27}\text{kg}$ = $938.272\,081\,3(58)\frac{\text{MeV}}{c^2}$
중성자의 질량	m_n	=	$1.674\,927\,471(21)\times 10^{-27}\text{kg}$ = $939.565\,413\,3(58)\frac{\text{MeV}}{c^2}$
통일된(통일된) 원자 질량 단위	ν	=	$1.660\,539\,040(20)\times 10^{-27}\text{kg}$
리드버그 상수	R_∞	=	$10\,973\,731.568\,508(65)\,\text{m}^{-1}$
만유인력 상수	G	=	$6.674\,08(31)\times 10^{-11}\text{M}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
(꺾리히의) 중력 가속도	g	=	$9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
플랑크 상수	h	=	$6.626\,070\,040\,(81)\times 10^{-34}\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
아보가드로 수	N_A	=	$6.022\,140\,857\,(74)\times 10^{23}\text{몰}^{-1}$
물 기체상수	R	=	$8.314\,4598(48)\,\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
물 질량 상수	M_u	=	$1\times 10^{-3}\text{kg}\cdot\text{몰}^{-1}$
볼츠만 상수	k_B	=	$1.380\,648\,52(79)\times 10^{-23}\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
스테판-볼츠만 상수	σ	=	$5.670\,367\,(13)\times 10^{-8}\text{kg}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{K}^{(-4)}$

2 가지 역학 문제 (10점)

문제를 풀기 전에 다른 봉투에 담긴 일반 지침을 읽으세요.

파트 A. 숨겨진 원판 (3.5점)

반지름이 r_1 이고, 두께가 h_1 인 나무로 만든 속이 꽉 찬 원통이 있습니다. 이 나무 원통 내부 어딘가에 나무를 파내고, 반지름이 r_2 이고, 두께가 h_2 인 금속 원판을 넣었습니다. 나무 원통의 대칭축 S 과 금속 원판의 대칭축 B 은 평행하며, 금속 원판은 나무 원통의 윗면과 아랫면으로부터 같은 거리에 위치한다. 대칭축 S 과 대칭축 B 사이의 거리를 d 라고 하자. 나무의 밀도는 ρ_1 이고, 금속의 밀도는 $\rho_2 > \rho_1$ 이다. 나무 원통과 금속 원판의 전체 질량은 M 이다.

나무 원통을 바닥에 놓고, 좌우로 자유롭게 구를 수 있게 하자. 그림 1 은 옆에서 본 그림과 위에서 본 그림입니다. 이번 문제의 목표는 금속 원판의 위치와 크기를 결정하는 것입니다.

지금 이후 단계에서, 알려진 양으로 결과를 표현하라는 문제에서는 다음의 양이 항상 알려져 있다고 가정해도 좋습니다:

$$\tau_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M. \quad (1)$$

목표는 간접적인 측정을 통해 τ_2, h_2, d 를 결정하는 것입니다.

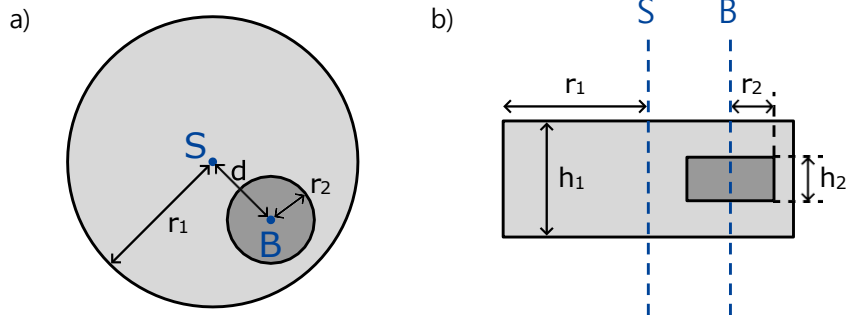


그림 1 : a) 측면에서 본 그림, b) 위에서 본 그림

전체 시스템의 질량 중심 C 에서 나무 원통의 대칭축 S 까지의 거리를 b 라고 하자. 이 거리를 결정하기 위해, 다음과 같은 실험을 설계하자: 전체 시스템을 수평 바닥면에 놓고, 안정적 평형 상태에 있게 한다. 바닥면을 θ 의 각도로 천천히 비스듬히 들어올린다(그림 2 참고). 정지 마찰력에 의해 나무 원통은 미끄러지지 않고 구를 수 있다. 나무 원통은 경사를 조금 굴러 내려온 후 안정적 평형상태가 될 것이고, 나무 원통이 평형에 도달하는 동안 회전한 각도가 ϕ 이다.

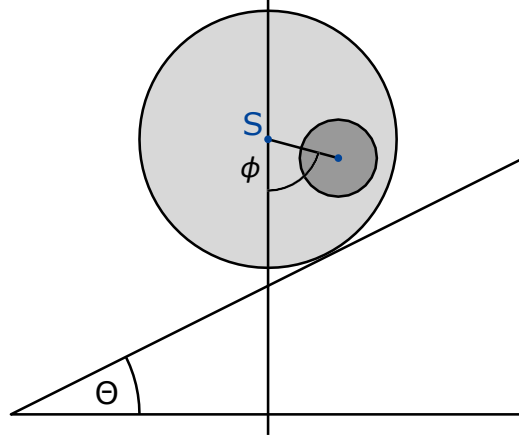


그림 2: 기울어진 바닥면 위의 원통

- A.1** (1)에 주어진 양들과 ϕ , 수평면으로부터 바닥면이 기울어진 각도 θ 를 이용하여, b 을 표현합니다
0.8pt

이제부터 b 값은 알고 있다고 가정합니다.

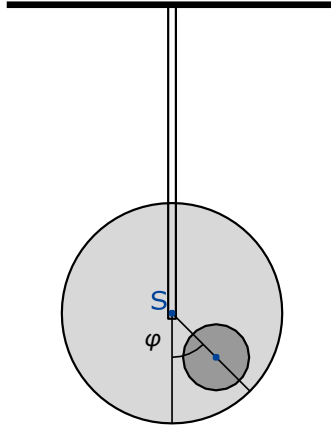


그림 3: 매달린 시스템

그 다음, 대칭축 S 에 대한 시스템의 관성모멘트 I_S 를 측정하자. 이를 위해 나무 원통의 중심축을 강체 막대에 고정시켜 나무 원통을 매단다. 그리고 안정적 평형상태에서 아주 작은 ϕ 만큼 돌린 뒤, 가만히 놓는다. 그림 3 이 이 실험의 셋업이다. ϕ 는 T 인 주기 운동을 나타내는 변수로 사용할 수 있다.

- A.2** ϕ 에 대한 운동방정식을 구하시오. 시스템의 S 에 대한 I_S, T, b , 그리고 (1)의 알려진 양들을 이용하여 표현하시오. ϕ 값이 아주 작도록, 평형상태를 아주 조금만 교란시킨다고 가정하자.

0.5pt

문제 **A.1** 과 **A.2** 에서 측정한 결과를 이용하여 나무 원통 내부의 금속 원판의 기하학적 구조와 위치를 결정하자.

A.3	db 와 (1) 에서 주어진 값을 이용하여 표현하시오. 또한, 문제 A.5 에서 계산할 변수 $\tau_{(2)}$ 와 $h_{(2)}$ 도 포함하시오.	0.4pt
A.4	$I_S b$ 와 (1) 에서 주어진 양들을 이용하여 표현하시오. 또한, 문제 A.5 에서 계산할 변수인 $\tau_{(2)}$ 와 $h_{(2)}$ 도 포함하시오.	0.7pt
A.5	위의 모든 결과들을 활용하여 $h_{(2)}$ 와 $\tau_{(2)}$ 를 b, T , 그리고 (1) 에서 주어진 양들을 이용하여 표현하시오. $h_{(2)}$ 는 $\tau_{(2)}$ 를 이용하여 표현해도 됩니다.	1.1pt

파트 B. 회전하는 우주 정거장 (6.5 점)

앨리스(앨리스)는 우주 정거장에 살고 있는 우주 비행사입니다. 반지름 R 인 아주 큰 바퀴 모형의 우주 정거장은 우주 정거장의 우주 비행사들에게 중력을 제공하기 위해 축을 중심으로 회전하고 있습니다. 우주 비행사들은 바퀴 테두리의 안쪽 내 부(림의 안쪽)에 살고 있습니다. 우주 정거장을 구성하는 재료들의 만유인력과 바닥의

B.1	얼마의 각 m_{ss} 로 우주 정거장이 회전하면, 우주 비행사가 지구 표면에 있을 때와 마찬가지로 g_E 을 느낄까?	0.5pt
------------	--	-------

곡률은 무시합니다.

앨리스와 비행사 동료인 밥(밥)이 논쟁을 벌였다. 밥은 자신이 우주 정거장에 살고 있지 않으며, 지구에 살고 있다고 믿고 있습니다. 앨리스는 물리학을 이용해, 회전하는 우주 정거장에 살고 있다는 것을 증명해주고자 합니다. 이를 위해 앨리스는 용수철 상수 k 인 용수철에 질량 m 인 물체를 매달고 진동시켰습니다. 이 물체는 수직 방향으로만 진동하며 수평 방향으로는 움직이지 않습니다.

B.2	지구의 중력이 g_E 로 일정하다고 가정했을 때, 지구에 있는 사람이 측정하게 되면 이 용수철의 각 m_E 의 수식은 무엇인가요?	0.2pt
B.3	앨리스가 우주 정거장에서 측정하게 되는 이 용수철의 각 m 의 수식은 무엇일까요?	0.6pt

앨리스는 자신의 실험을 통해 그들이 회전하는 우주 정거장 위에 있다는 것을 증명했다고 확신합니다. 하지만 밥은 아직 의문을 품고 있습니다. 밥은 지구 표면 위의 중력의 변화를 고려하면, 이와 유사한 효과를 발견할 수 있을 것이라고 주장한다. 다음 과제 에서 밥이 옳은지 조사해 봅시다.

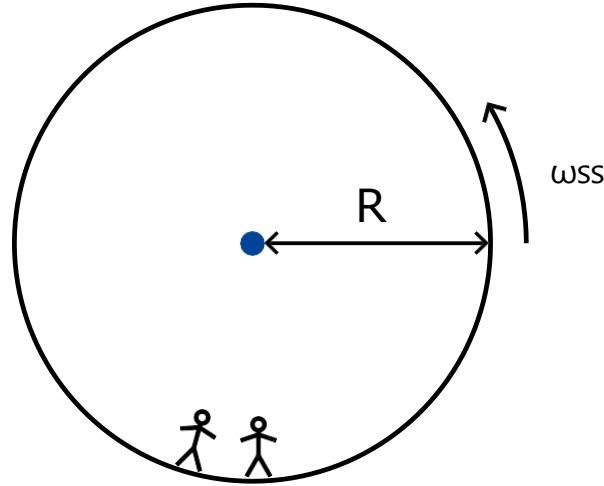


그림 4: 우주 정거장(우주 정거장)

- B.4** 지구 표면으로부터 아주 작은 높이 h 에서 중력 $g_E(h)$ 을 나타내는 수식을 유도하고, 이 위치에서 진동하는 물체의 $m\ddot{x}_E$ 를 계산하십시오. (선형 근사 (선형 근사) 를 활용하라.) 지구의 R_E 로 표시하십시오. 지구의 회전은 무시하십시오. 0.8pt

실제로 앨리스는 이 우주정거장에서 용수철 진자가 예상한 대로 진동하는 것을 발견했습니다.

- B.5** 우주 정거장에서 용수철의 m 가 지구에서의 $m\ddot{x}_E$ 와 같다면, 우주 정거장의 반 R 이 얼마가 되어야 하는가? R_E 을 사용하여 나타내십시오. 0.3pt

밥의 고집에 화가 난 앨리스는 자신의 주장을 증명하기 위해 한 가지 실험을 제안합니다. 즉, 우주 정거장의 바닥에서 높이가 h 인 타워에 올라가, 물체를 우주 비행선의 바닥으로 떨어뜨리는 것입니다. 이 실험은 관성 기준틀(관성 기준틀) 에서뿐만 아니라 회전하는 기준틀(회전 기준틀)에서도 이해할 수 있습니다.

균일하게 회전하는 기준틀에서 우주비행사들은 전향력(코리올리 힘)이라고 불리는 가상의 힘(가상 힘) $\mathbf{r}_c$ 을 느낍니다. 일정한 각 $\vec{m}_{ss}$ 로 회전하는 $\vec{v}$ 의 속도로 운동하는 m 인 물체에 작용하는 $\mathbf{r}_c$ 은 다음과 같이 주어집니다:

$$\mathbf{r}_c = 2m\vec{v} \times \vec{m}_{ss}. \quad (2)$$

스칼라 양만 사용하게 되면 다음과 같습니다.

$$r_c = 2mvm_{ss} \sin \phi, \quad (3)$$

여기서 ϕ 은 물체의 속도와 기준틀의 회전축 사이의 각도입니다. 이 힘은 속도 v 와 회전축 모두에 수직 방향으로 작용한다. 힘의 부호는 오른손 법칙에 의해 결정되지만, 아래 문제에서는 자유롭게 선택해도 됩니다.

- B.6** 물체가 (우주 정거장의) 바닥을 치는 순간, 물체의 수평 속도 v_x 와 (타워의 바닥에서 타워에 수직인 방향으로) 수평 변위 d_x 를 계산하십시오. 타워의 높이 H 가 매우 작으므로 우주 비행사가 측정하는 동안 물체의 가속도가 일정하다고 가정한다. 또한, $d_x \ll H$ 을 가정합니다. 1.1pt

좋은 결과를 얻기 위해 앨리스는 실험을 전보다 훨씬 더 높은 타워에서 하기로 결심했습니다. 하지만 놀랍게도

물체가 타워의 바로 아래 부분에 떨어져 $d_x = 0$ 이라는 결과를 얻게 되었습니다.

B.7 $d_x = 0$ 이 될 수 있는 타워의 높이의 하한(하한)을 구하시오.

1.3pt

앨리스는 밥을 설득하기 위해 마지막으로 다음 실험을 시도합니다. 앨리스는 자신의 용수철 진동자를 이용해 전향력의 효과를 보여주려고 합니다. 이를 위해 원래의 실험 셋업에 그림과 같이 변화를 주었습니다. 우주정거장의 바닥과 평행하게 수 평으로 놓인 x 방향으로 마찰 없이 움직일 수 있는 고리에 용수철을 붙인다. y 방향으로 진동한다. 막대는 우주 정거장의 바닥면과 평행하며, 우주 정거장의 회전축의 방향에 대해 수직이다. xy 평면은 회전축에 대하여 수 직이며, y 방향은 우주 정거장의 회전 중심을 향하는 방향이다.

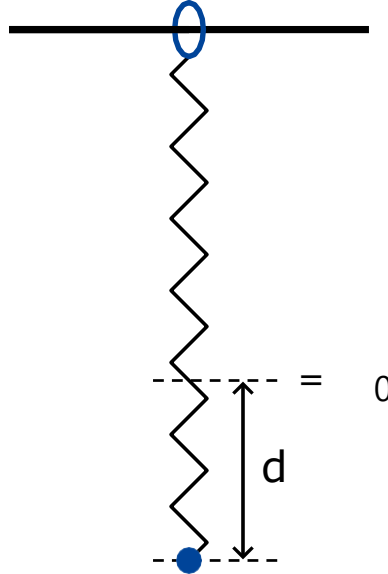


그림 5: 실험의 설정

- B.8** 앨리스가 용수철에 매달린 물체를 $x=0, y=0$ 으로부터 아래방향으로 거리 d 만 꼭 당긴 후에 놓습니다. (그림 5 참고)
- $x(t)$ 와 $y(t)$ 를 수식으로 표현하시오. $m_{ss}d$ 는 작다고 가정하고, y 축 방향 운동에 대한 전향력은 무시할 수.
 - $(x(t), y(t))$ 의 궤적을 그리고, 진폭 등과 같은 중요한 특징들을 표시하시오.

1.7pt

앨리스와 밥은 계속해서 논쟁을 벌입니다.

전기 회로에서의 비선형 동역학 (10점)

문제를 풀기 전에 동봉된 일반 지침을 꼭 읽어보세요.

서론

사이리스터(사이리스터)와 같이 두 개의 안정적인(쌍안정) 상태를 가지는 비선형 반도체 소자는 스위치나 전자기 진동의 발전기와 같은 전자 제품에 널리 사용됩니다. 사이리스터의 주요 응용 분야는 메가 와트 규모의 교류 전류를 직류로 정류하는 전력 소자에서 교류 전류를 제어하는 것입니다. 쌍안정 요소는 물리학과 생물학 및 다양한 현대 비선형 과학에서 나타나는 자기 조직화(자기 조직화) 현상의 모델 시스템으로도 고려될 수 있습니다. 파트 B에서는 물리학 분야에서, 파트 C에서는 생물학 분야에서 응용되는 쌍안정 소자에 대해 알아보도록 하겠습니다.

탐구 목표

비선형 전류-전압 ($I-V$) 특성을 가지는 소자를 포함하는 전기회로에서 불안정성과 주요 동역학을 알아본다. 공학과 물 시스템의 모델링 분야에서 이러한 회로의 응용 가능성을 알아본다.

파트 A. 정상 상태와 불안정성 (3 점)

그림 1 에서 어떤 쌍안정 소자 X 의 소위 S-형태라 불리는 비선형 $I-V$ 특성 곡선을 볼 수 있습니다. 소자 X 에 걸리는 U 이라 할 때, $U_h = 4.00V$ (유지 전압, 유지 전압)과 $U_{th} = 10.0V$ (문턱 전압, 문턱 전압) 사이에서 $I-V$ 특성 곡선은 다중값을 가지고 있습니다. 문제를 간단하게 하기 위해, 그림 1 에서 여러 조각으로 구성된 선형(조각 선형)으로 (각 구간의 선을 직선으로) 처리합니다. 특히, 가장 위 구간의 직선은 연장해서 그리면 원점을 통과한다. 이는 실제 사이리스터를 설명하기 위한 적절한 근거입니다.

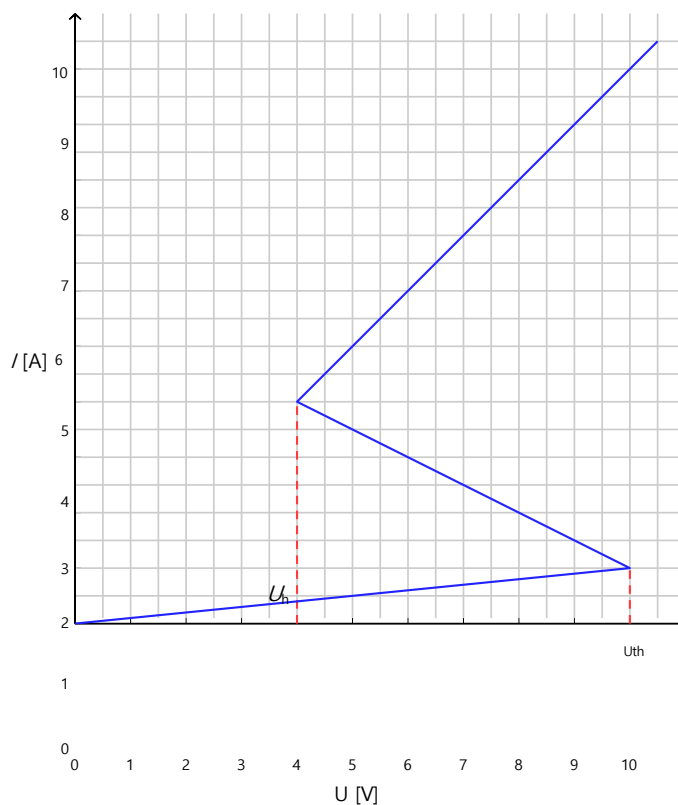


그림 1: 비선형 소자 X 의 전류-전압 ($I-V$) 특성 곡선.

- A.1** $I-V$ 특성 그래프에서 가장 위 구간 직선 영역에서 X 의 저항값 $R_{(ON)}$ 과 가장 아래 구간 직선 영역에서 저항값 $R_{(OFF)}$ 를 각각 구하시오. 가운데 구간의 직선은 다음 수식으로 표현됩니다. 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{int}} \quad (1)$$

I_0 및 $R_{(int)}$ 값을 구합니다.

그림 2 와 같이 비선형 소자 X 가 저항 R 과 인덕터 L 그리고 이상적인 전원 (전압 소스) S 에 직렬로 연결되어 있습니다. 전류가 시간에 무관한 상수값, 즉 $I(t) = \text{const}$ 일 때 회로는 정상상태(정지 상태)에 있다고 합니다.

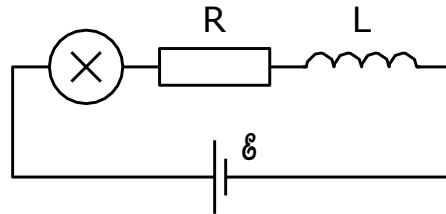


그림 2: 소자 X , 저항 R , 인덕터 L , 전원 S 으로 구성된 회로

- A.2** $R=3.00\Omega$ 일 때, S 값이 변함에 따라 그림 2 의 회로에서 가능한 정상 상태는 몇 개 인가? 1pt
가? $R=1.00\Omega$ 의 경우는 어떠한가?

- A.3** 그림 2 에서 $R=3.00\Omega$, $L=1.00\mu\text{H}$, $S=15.0\text{V}$ 일 때, 비선형 소자 X 에 흐르는 정상 상태에서 전류값 I (고정) 과 비선형 소자 양단의 전압 V (고정) 을 구하시오. 0.6pt

그림 2 의 회로가 $I(t) = I_{(정지)}$ 인 정상상태에 있다고 하자. 어떤 정상상태에서 전류값이 조금 커지거나 줄어든 뒤 다시 원래의 정상상태의 값으로 돌아오면 안정적(stable)이라고 합니다. 반면, 이 경우와 달리 전류값이 조금 변하면 그 뒤로 정상상태에서 점점 벗어나는 값을 가지게 되는 경우를 불안정한(unstable) 상태라고 말합니다.

- A.4** 문제 **A.3** 에 주어진 값들을 사용하여 $I(t) = I_{(정지)}$ 인 정상상태의 안정성을 따져봅시다. 1pt
문제 **A.3** 에서 구한 정상 상태는 안정적인가, 아니면 불안정한가? 이를 설명하시오.

파트 B. 물리학에서 쌍안정화된 비선형 소자: 무선 송신기 (5점)

그림 3 과 같이 새로운 회로의 구성을 살펴봅시다. 비선형 X 는 축전지 ($C=1.00\mu\text{F}$) 에 병렬로 연결되어 있습니다. 병렬로 연결된 X 와 축전지는 저항 ($R=3.00\Omega$) 과 이상적인 전원 ($S=15.0\text{V}$) 에 직렬로 연결되어 있습니다. 이 회로에서는 세 개의 직선 중 한 직선 부분에서 다른 직선 부분으로 전류가 갑자기 튀면서(점프) 전류가 계속적으로 변화하는 주기적 진동(진동, 왕복)의 순환 사이클을 반복하고 있습니다.

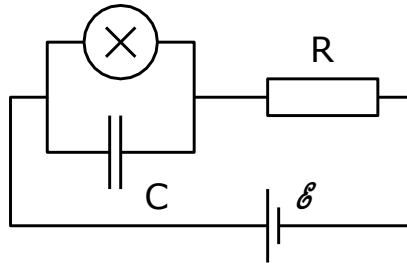


그림 3: 소자 X , 축전지 C , 저항 R , 전원 S 으로 구성된 회로

B.1 $I-V$ 그래프에 순환 사이클 (진동 사이클) 을 방향을 포함하여 (시계 방향 또는 반시계 방향) 그리시오. 수식과 그래프 상 스케치를 활용하여 자신의 답이 맞는 이유를 표시하시오. 1.8pt

B.2 $I-V$ 그래프에서 순환 사이클이 각 영역에 머무는 시간 $t(1)$ 과 $t(2)$ 를 수식으로 표현하세요. 1.9pt
오, 주어진 회로 소자 값들을 넣어 각 영역에서 머무르는 시간 값을 구하시오. $I-V$ 그래프 상의 한 직선 구간에서 다른 직선 구간으로 갑자기 튀는 데 걸리는 시간을 무시할 수 있다면, 상태변화 주기 T 는 얼마인가?

B.3 한 사이클이 일어나는 동안 비선형 소자에서 소모되는 평균 P 을 구하시오. 해답은 값의 대략적인 자릿수 크기(정수, 승수)로 충분합니다. 0.7pt

그림 3 의 회로는 무선 송신기를 만드는 데 사용됩니다. 소자 X 가 길이 s 인 선형 안테나(긴 직선의 도선) 끝에 붙어 있습니다. 도선의 다른 쪽에는 아무것도 붙어있지 않습니다. (한쪽은 자유단이고 다른 쪽은 고정되어 있다.) 이 안테나에서 전자기 파는 정상파를 이룬다. 안테나에서 전자기파의 속도는 진공에서의 속도와 같다. 송신기는 문제 **B.2** 에서 주기가 T 인 전자 기파의 기본 진동수의 주요 배수파 (주요 고조파) 를 이용한다.

B.4 s 값이 1km 를 넘지 않는다고 할 때, 최적의 s 값은 얼마인가? 0.6pt

파트 C. 생물학에서 쌍안정화된 비선형 소자: 뉴리스터(뉴리스트) (2점)

이번 C 파트에서는 생물학적 과정의 모델링으로 쌍안정화된 비선형 소자의 응용에 대해 생각해 보겠습니다. 인간의 뇌에서 신경 세포는 외부 신호에 의해 흥분하면 신경은 한 번 진동을 한 후 초기 상태로 돌아가는 다음과 같은 속성을 가진다. 이 기능을 흥분이라고 합니다. 이러한 특성 때문에 신경망을 구성하는 뉴런(신경세포) 네트워크에 펄스가 전달된다. 이러한 흥분과 펄스의 전파를 모방하여 만든 반도체 칩을 뉴리스터(neuristor, 뉴런과 트랜지스터의 합성어)라고 합니다.

위에서 사용한 비선형 소자 X 를 포함한 회로를 이용해 간단한 뉴리스터(뉴리스트)를 구현해 보겠습니다. 이를 위해 그림 3 의 회로에서 전원 S 을 $S = 12.0V$ 로 줄입니다. 이에 따라 순환 사이클이 정지하고 회로가 정상상태에 도달했습니다. 그 후, 전압이 급격히 이전의 값 $S = 15.0V$ 로 증가하다가 시간 τ ($\tau < T$) 이후 다시 $S^{(1)}$ 값으로 돌아간다. (그림 4 를 보시오.) 특정 임계값 $\tau_{(비판)}$ 을 경계로 $\tau < \tau_{(비판)}$ 일때와 $\tau > \tau_{(비판)}$ 일때, 회로는 매우 다른 현상을 보입니다.

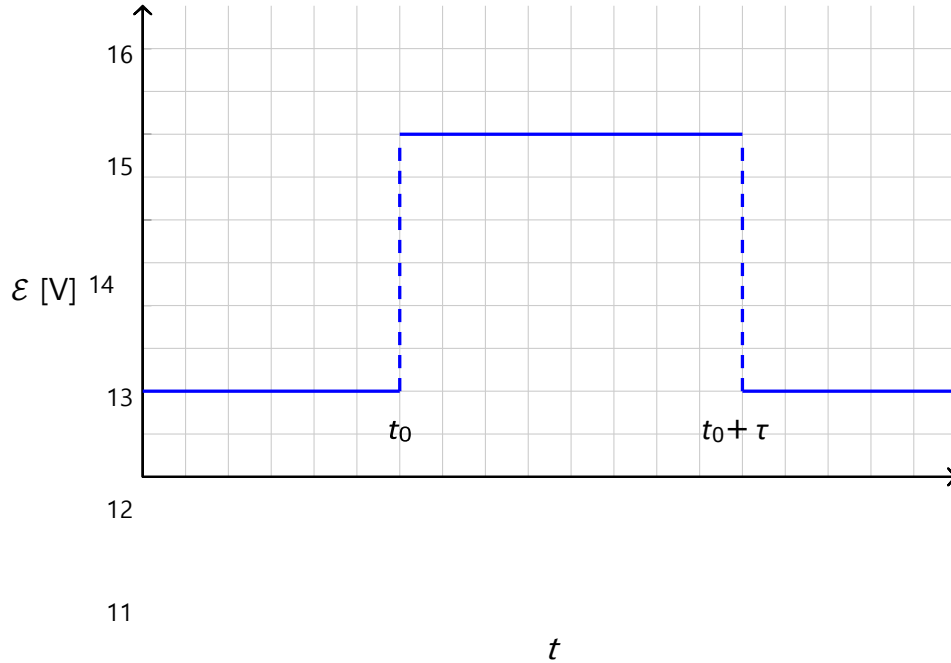


그림 4: 시간에 따른 전원의 전압.

C.1	$\tau < \tau_{\text{비판}}$ 와 $\tau > \tau_{\text{비판}}$ 일때의, 각각의 경우 비선형 소자 X 를 흐르는 전류 $I_X(t)$ 의 시간에 따른 변화를 그래프로 표시하시오.	1.2pt
C.2	목적한 의도대로 스위치 회로가 작동하기 위한 임계값 $\tau_{\text{crit.}}$ 을 수식으로 보여주고 그 값을 계산하시오.	0.6pt
C.3	$\tau = 1.00 \times 10^{-6} \text{ s}$ 인 회로는 뉴리스터 (뉴리스터) 인가?	0.2pt

거대 강입자 충돌기 (대형 강입자 충돌기, LHC) []

풀이를 시작하기 전에 별도의 봉투에 있는 일반 지침을 꼭 읽어보세요.

이번 과제에서는 스위스 CERN 에 있는 입자가속기 LHC(대형 강입자 충돌기)의 물리를 다룬다. CERN 은 세계에서 가장 큰 입자 물리 연구소입니다. 연구의 주된 목표는 자연의 기본법칙에 대한 통찰력을 얻는 것이다. 두 개의 서로 다른 입자 다발(빔)을 매우 높은 에너지까지 가속시키고, 강한 자기장으로 가속기 고리(링) 내부로 유도(집속시킨) 후, 서로 충돌하게 한다. 양성자들은 가속기 둘레에 균일하게 퍼져 있지 않고, 군데군데 소위 "뭉치(bunch)"라고 불리는 집단을 이루고 있습니다. 양성자들의 충돌로 발생하는 입자들은 대형 감지장치(detector) 들로 관찰합니다. LHC 의 파라미터들은 표 1 에서 확인할 수 있습니다.

LHC 고리(링)	
고리의 둘레 길이	26659 m
양성자 다발 (빔) 당 뭉치 (병치) 들의 개수	2808
뭉치 당 양성자의 개수	1.15×10^{11}
양성자 다발 (빔)	
양성자들의 에너지	7.00 TeV
질량 중심 에너지	14.0 TeV

표 1: LHC 파라미터들의 일반적인 값들

입자 물리학자들은 에너지, 운동량, 질량에 대해 다음과 같은 단위를 사용합니다. 에너지 단위는 전자 볼트[eV]. 1 eV 는 기본 전하 e 를 가진 입자가 1V 의 전위차로 가속될 때 얻는 에너지 양입니다. ($1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$)

운동량은 eV/c 의 단위로, 질량은 eV/c^2 의 단위로 측정합니다. c 는 진공에서의 광속입니다. 1eV는 매우 작은 에너지 양이므로, 흔히 MeV($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$), GeV($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$) 또는 TeV($1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$)를 사용한다.

파트 A 는 양성자 또는 전자의 가속을 다룬다. 파트 B 는 CERN 의 충돌에서 만들어진 입자들 중 새로운 것을 발견해 내는 것과 관련이 있습니다.

파트 A. LHC 가속기 (6 점)

가속:

양성자들이 v 으로 가속되어 속도가 광속에 매우 가까워졌다고 가정하고, 복사(radiation) 또는 다른 입자들과의 충돌로 인한 에너지 손실은 무시하시오.

A.1	가속 V 와 물리 상수들 (물리적 상수들) 의 함수로 양성자의 최종 속도 v 의 정 확한 표현식을 구하시오.	0.7pt
------------	--	-------

CERN 에서는 LHC 에서 나오는 양성자들을 에너지 60.0 GeV 인 전자들과 충돌시키는 실험을 다음 단계로 계획 중입니다.

A.2	에너지가 크고 질량이 작은 입자들의 경우, 최종 속도 v 가 광속으로부터 벗어난 정도의 상 대값 $\Delta = (c-v)/c$ 이 매우 작다. Δ 에 대한 1차 근사식을 구하고, 이로부터 V 와 물리상수들을 이용하여 에너지 60.0 GeV 의 전자에 대해 Δ 를 계산하시오.	0.8pt
------------	---	-------

이제 LHC 내의 양성자들로 되돌아간다. 양자가 흘러가는 관(파이프)은 원 모양이라고 가정합니다.

- A.3** 양성자의 흐름(빔)이 원 모양 트랙(궤적)을 유지하는 데 필요한 균일한 자속 밀도 B 1.0pt
의 수식을 유도하시오. 수식은 양성자 에너지 E , 양성자 궤적의 원둘레 길이 L , 기본 상수
와 관련된 것들만 포함해야 한다. 유효숫자의 마지막 자리의 값보다 정밀도에 작은 영향을
주는 경우에는 적당한 근사를 사용해도 됩니다. 양성자의 에너지가 $E = 7.00 \text{ TeV}$ 인 경우
자속밀도 B 를 계산하시오. 양성자들의 상호작용은 무시하시오.

복사 일률(방사 전력)

가속된 대전 입자는 전자기파 형태로 에너지를 복사(방사)합니다. 일정한 각속도로 회전하고 있는 대전된 가속
입자의 복사 일률 (방사 전력) $P_{(\text{rad})}$ 은 가속도 a , 대전 입자의 전하량 q , 광속 c , 진공 유전율 $\epsilon_{(0)}$ 에만 의존합니다.

- A.4** 차원분석 (차원 분석) 을 이용하여 복사 일률 $P_{(\text{rad})}$ 의 표현식을 구하시오. 1.0pt

복사 일률의 실제 공식은 $1/(6\pi)$ 의 계수를 더 포함하게 되며, 또한 상대론을 완전히 적용하여 유도하면 추가적인
곱하기 인수 $\gamma^{(4)}$ 를 가지게 됩니다. 이 때, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ 이다.

- A.5** 양성자 에너지 $E = 7.00 \text{ TeV}$ 인 경우 LHC 의 전체 복사 일률 $P_{(\text{총})}$ 을 계산하시오. (앞의 표 1.0pt
1 참조) 여기서 적절한 근사를 사용해도 좋습니다.

선형 가속:

CERN 에서는 정지해 있는 양성자들이 길이 $d = 30.0 \text{ m}$ 인 선형 가속기 (직선 경로에서 가속하는 장치) 에 의해
전위차

$V = 500 \text{ MV}$ 로 가속된다. 전기장은 길이 방향에 따라 균일하다고 가정합니다. 선형 가속장치는 그림 1 과 같이
두 개의 판으로 구성되어 있습니다.

- A.6** 양성자들이 d 의 균일한 전기장을 통과하는 데 걸리는 T 을 계산하시오. 1.5pt

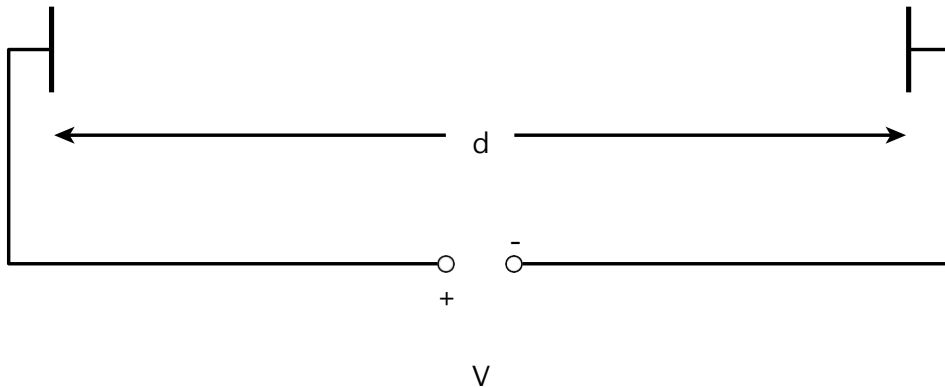


그림 1: 가속기 모듈의 개략도

파트 B. 입자 검출 (4 점)

비행 시간(비행 시간, ToF)

상호작용 과정을 해석하기 위해서는 충돌로 인해 발생한 큰 에너지의 입자들을 구분해 내는 것이 중요합니다. 이를 위한 간단한 방법으로, 운동량을 알고 있는 입자가 비행 시간 검출기 (Time-of-Flight detector, ToF detector)라고 불리는 장치에서 길이 l 을 지나가는 데 걸리는 시간 (t)을 측정하는 방법이 있습니다. 비행 시간 검출기에서 발견되는 대표적인 입자들은 질량과 함께 표 2 에 열거되어 있습니다.

입자	질량 [MeV/c ²]입니다.
중양성자 (중수소)	1876
양성자 (양성자)	938
대전된 중간자 케이온 (Kaon)	494
대전된 중간자 파이온(Pion)	140
전자 (전자)	0.511

표 2: 입자들의 질량

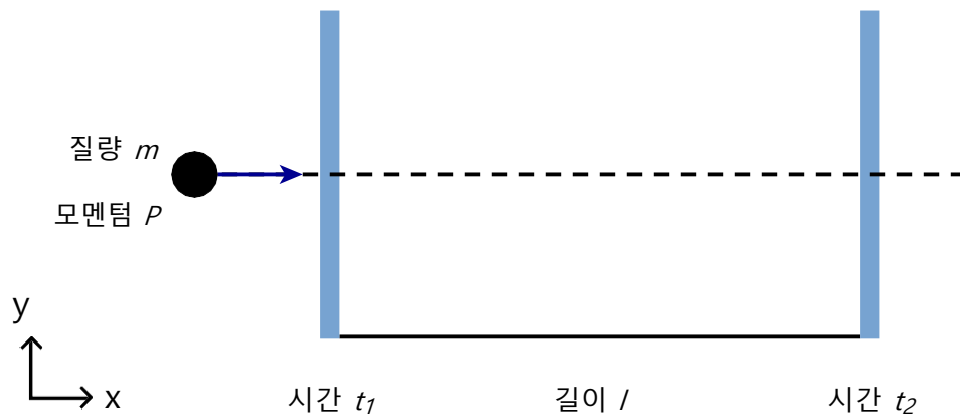
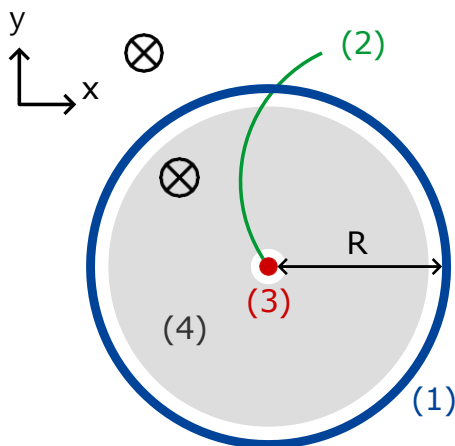


그림 2: 비행시간 검출기의 개략적인 그림 (질량= 질량, 모멘텀= 운동량, 시간= 시각, 길이= 길 이)

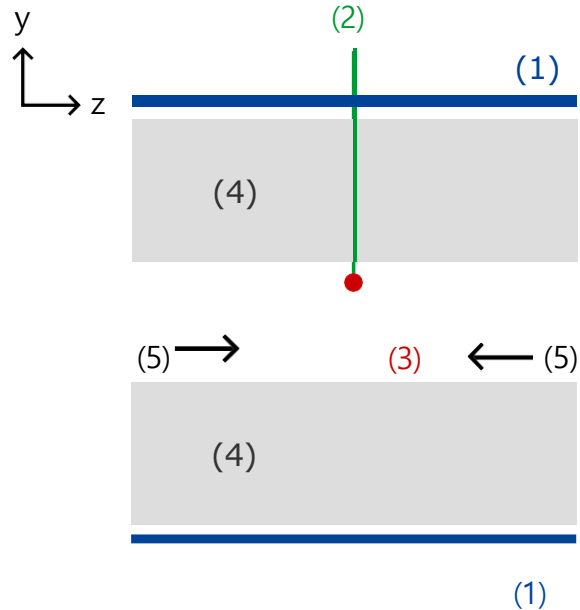
- B.1** 운동량 p , 비행 거리 l , 비행 시간 t 의 함수로 입자의 질량 m 을 나타내시오. 입자들이 기본 e 를 가지고 광속에 가까운 속도로 ToF 검출기 내의 직선 트랙을 따라, 두 개의 감지 평면 (감지 평면)에 수직 방향으로 이동한다고 가정해 보겠습니다 (그림 2 를 보시오). 0.8pt

B.2 운동량이 $1.00 \text{ GeV}/c$ 인 경우, 대전된 중간자 케이온과 대전된 중간자 파이온을 안전하게 구분하려면, 비행 시간 (ToF) 검출기의 최소 길이 l 이 얼마가 되어야 하는지 계산하십시오. 0.7pt
안전하게 구분하기 위해서는 두 입자의 비행 시간의 차이가 검출기의 시간 분해 능력의 3배가 되어야 합니다.
보다 커야 한다. 비행 시간 검출기의 분해능은 150ps ($1\text{ps} = 10^{-12}\text{s}$) 입니다.

아래에서는 궤도 추적 감지기 (추적 검출기)와 비행 시간 (ToF) 검출기로 구성된 두 단계 검출 시스템을 사용하여 LHC 에서 양성자의 충돌에 의해 생성된 입자들을 검출하고자 합니다. 그림 3 은 양성자 흐름에 대한 가로 방향(가로) 단면과 세로 방향(세로) 단면의 실험 셋업을 보여주고 있습니다. 두 검출장치는 모두 양성자가 흐르고 상호작용하며 충돌하는 원통(파이프)의 중심축을 둘러싸고 있는 튜브 형태이다. 궤도 추적 감지기는 양성자 흐름에 평행한 방향의 자기장이 존재하는 영역을 지나가는 대전입자의 이동 경로(궤적)를 측정한다. 입자의 이동경로로의 r 로부터 그 입자의 축에 수직인 방향의 (가로) 운동량 p 를 구할 수 있습니다. 양성자들의 충돌이 일어납니다. 난 시각을 알기 때문에 충돌 지점부터 비행 시간 (ToF) 튜브 경계까지의 비행 시간을 재기 위해 바깥쪽에 있는 튜브 하나만 필요합니다. 비행 시간 (ToF) 검출기 튜브는 궤도 추적 감지기 (추적 챔버) 바로 밖에 있습니다. 이 과제에서는 총 돌기로 생성된 모든 입자들이 양성자 흐름에 수직인 방향으로만 (가로 방향) 이동한다고 가정하고, 즉 생성된 입자들에는 양성자 흐름 방향의 (세로) 운동량은 없다고 가정하십시오.



횡단면



단면의

빔라인을 따라 튜브 중앙에서

세로보기

- (1) - 비행 시간(ToF) 검출기 튜브
- (2) - 트랙 (생성 입자의 궤적)
- (3) - 충돌 지점
- (4) - 궤도 추적 감지기 튜브
- (5) - 양성자 흐름들 (빔)
- ⊗ - 자기장

그림 3: 궤도 추적 감지기(추적 챔버)와 ToF 검출기를 가지고 있는 입자 검출을 위한 실험 셋업. 두 검출장치 모두 충돌 지점을 둘러싸고 있는 튜브입니다. 왼쪽: 양성자 흐름선(빔라인)에 수직인 단면을 본 그림. 오른쪽: 양성자 흐름선에 평행한 길이 방향의 단면을 본 그림. 입자가 흐름선에 수직으로 이동하고 있습니다.
(= 가로 방향의 단면, 빔라인을 따라 튜브의 중앙에서 세로 방향의 단면 = 흐름선을 따라 튜브의

중앙에서 길이 방향의 단면 그림)

B.3 자속 밀도 B , 비행 시간 (ToF) 튜브의 반지름 R , 기본 상수, 그리고 측정한 양들 (트랙의 반 r 과 비행 시간 t) 로 입자의 질량을 표현하시오. 1.7pt

네 개의 입자를 감지하여, 이 입자들이 무엇인지 확인하려고 합니다. 궤도 추적 감지기 내의 $B = 0.500 \text{ T}$ 이다. 비행 시간 (ToF) 튜브의 반지름 R 은 3.70 m 이다. 측정값들은 아래와 같다. ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$)

입자	궤적의 $r[\text{m}]$	비행 $t[\text{초}]$
A	5.10	20
B	2.94	14
C	6.06	18
D	2.31	25

B.4 각 입자의 질량을 계산하여 어떤 입자인지 알아내시오. 0.8pt