

일반 지침: 이론 시험(30 포인트)

이론 시험은 총 5시간 동안 진행되며 다음과 같은 가치가 있습니다.
30점입니다.

시험 전

시험 시작을 알리는 신호음이 울리기 전에 문제가 들어 있는 봉투를 개봉해서는 안 됩니다.

시험의 시작과 끝은 소리 신호로 알려드립니다. 매시간 안내 방송이 있을 것입니다 ;
ime, 시험 종료 15분 전("Tfñal
indicating the elapsed ti
sound signal).

엘랩

시험 중

- 답안 작성을 위한 전용 답안지가 제공됩니다. 해당 답안지의 해당 칸에 최종 답안을 입력합니다. 모든 문제마다 세부 작업을 수행할 수 있는 여분의 빈 문제지가 있습니다. 항상 현재 풀고 있는 문제에 해당하는 문제지를 사용하세요(헤더의 문제 번호 확인). 채점하고 싶지 않은 내용을 시트에 적었다면 지우십시오. 모든 페이지의 앞면만 사용하십시오.
- 답안에는 가능한 한 간결하게 작성하세요. 가능한 한 수식, 논리 연산자, 스케치 등을 사용하여 생각을 설명하세요. 긴 문장을 사용하지 마세요.
- 숫자를 기재할 때는 적절한 숫자의 유효 자릿수를 입력하세요.
- 이전 풀지 않고도 문제의 뒷부분을 풀 수 경우가 종종 있습니다.
- 물리 상수 목록은 별도의 페이지에 나와 있습니다.

허가 없이 근무 장소를 벗어날 수 없습니다. 도움이 필요한 (물병을 보충해야 하거나 계산기가 고장 났거나 화장실에 가야 하는 등) 세 가지 것발 중 하나를 공중에 들어 팀 가이드의 주의를 환기시켜 ("물병 보충해 ", "화장실에 가야 합니다", "도움이 필요해요").

시험이 끝나면

- 시험이 끝나면 즉시 글쓰기를 중단해야 합니다.

- 모든 문제에 대해 문제지, 답안지, 연습지, 스크래치 페이퍼의 순서로 해당 시트를 정렬합니다.
- 한 문제에 속하는 모든 시트를 같은 봉투에 넣습니다. 또한 나머지 별도의 봉투에 일반 지침을 넣습니다. 각 봉투에 학생 코드가 적혀 있는지 확인합니다. 빈 시트도 제출하십시오. 시험장 밖으로 시험지를 가져갈 수 없습니다.
- 주최자가 제공한 계산기를 테이블 위에 .

암흑 물질

암흑 물질의 존재에 대한 최초의 공식적인 추론은 프리츠 츠비키가 약 천 개의 은하로 구성된 은하단인 코마 은하단의 역학에 대한 관측을 바탕으로 제공했습니다. 츠비키는 비리알 정리를 사용하여 은하단의 질량을 추정했습니다. 행성이 태양 주위를 원형 궤도를 도는 단순한 태양-행성계에서 비리알 정리는 행성의 운동 에너지가 중력 위치 에너지와 정확히 관련되어 있다는 것을 말합니다. 비리알 정리는 어떤 상호작용에 의해 경계가 있는 많은 입자로 이루어진 시스템의 일반적인 경우 시간 평균 총 운동 에너지와 시간 평균 총 위치 에너지의 관계를 설명합니다.

1933년, 즈위키는 코마 은하단 가장자리 근처의 은하들의 속도를 관측한 결과를 바탕으로 이 은하단이 육안으로 관측된 것보다 더 많은 질량을 가지고 있다고 추정했습니다(즉,). 관측 가능한 물질(은하)의 중력 인력이 너무 작아서 은하들의 속도를 설명할 수 없었기 때문입니다. 따라서 이렇게 큰 속도를 설명하는 숨겨진 질량이 있어야 합니다. 그 숨겨진 질량이 바로 암흑 물질 질량입니다. 다음에서는 각 은하의 질량이 보이는 질량 a 와 함께 움직이는 암흑 질량 b 의 합이라고 가정합니다. a 와 b 은하와 함께 움직이는 암흑 물질의 합이며, 암흑 물질은 matter, only gravitationally. a 와 b 은하와 함께 움직이는 암흑 물질의 합이며, 암흑 물질은 matter, only gravitationally.

A. 은하계 클러스터

2017년 7월 16일 - 24일

은하단의 총 질량(은하와 암흑 물질)이 반지름 R 의 구에 균일하게 분포되어 있는 다수의 은하와 암흑 물질 N 로 구성된 은하단이 있다고 가정합니다. 은하의 평균 총 질량(가시 물질과 암흑 물질)이 m 이라고 가정합니다.

A.1	성단에 물질이 연속적으로 분포되어 있다고 가정하고, 성단의 총 중력 포텐셜 에너지를 M 과 R 의 관점에서 구합니다.	1.0pt.
-----	---	--------

우주 팽창으로 인해 어떤 거리의 물체는 관측자와 물체까지의 거리에 따라 달라지는 속도로 지구에 있는 관측자로부터 멀어집니다. 은하단의 i 번째 은하에 있는 IA형 초신성의 특정 라이만(수소 방출 스펙트럼 선) 주파수는 $i = 1, \dots, N$ 으로 관측되는 반면, 지구의 동일한 라이만 주파수는 f_0 입니다.

A.2	지구에서 멀어지는 전체 은하단의 평균 속도 $V_{(cr)} f_{(i)}$ ($i = 1, \dots, N$), f_0 및 N 의 관점에서 구합니다. 은하 속도는 빛의 속도 c 에 비해 매우 작다는 점에 유의합니다.	0.5pt.
-----	---	--------

A.3	은하단의 중심에 대한 은하들의 속도가 등방성(모든 방향에서 동일)이라고 가정하여, 은하단의 중심에 대한 은하들의 평균 제곱 속도 v_{rms} 를 N ($i = 1, \dots, N$) 및 f_0 의 관점에서 구합니다. 이 결과로부터 성단의 중심에 대한 은하의 평균 운동 에너지를 v_{rms} 와 m 의 관점에서 결정합니다.	1.5pt.
-----	--	--------

클러스터의 총 질량을 구하려면 비리알 정리를 사용하면 됩니다. 이 정리에 따르면 입자 시스템은 보수적인 힘에 의해 경계가 있습니다,

$$\langle K \rangle_t = -\gamma \langle U \rangle_t$$

여기서 $\langle K \rangle_t$ 는 시간 평균 총 운동 에너지, $\langle U \rangle_t$ 는 시간 평균 총 위치 에너지, γ 는 시간 평균 총 포텐셜 에너지입니다. γ 는 상수입니다. 이 정리는 자체 상호 작용에 의해 경계가 지정된 입자 시스템의 경우 각 입자의 위치와 운동량의 크기가 유한하므로 다음과 같은 양이 있다고 가정하여 도출할 수 있습니다.

$$\Gamma = \sum_i \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i$$

는 유한합니다.

A.4	fac 사용 8aH the time average over a 의 긴 시간 동안 d/dt가 사라집니다, $\langle \frac{d}{dt} \Gamma \rangle_{t=0}$, determine in the Virial theorem 중력의 경우 위와 같습니다. 상호 작용. (힌트: Try to do the problem with the summation in for a small finite 은하 수 .).	1.7pt.
A.5	이전 결과에서 은하단의 총 암흑 물질 질량을 M, m_g, R 및 v_{rms}로 결정하며, 여기서 m_g은 은하의 평균 총 가시 질량입니다. 암흑 물질의 평균 제곱근 속도는 은하의 속도와 동일하다는 점에 유의하세요.	0.5pt.

B. 은하 속 암흑 물질

암흑 물질은 은하 내부와 주변에도 존재합니다. 가장자리 반경이 보이는 구형 은하를 예로 들어 보겠습니다.

$R_{(g)}$ (많은 수의 별이 여전히 보이는 대략적인 최외곽 거리이지만, 많은 수의 별이 여전히 보이는 경우)를 넘어서는 영역에 여전히 적은 수의 별이 분포할 수 있습니다. 의 별이

은하는 평균 질량 $m_{(s)}$ 가진 점 입자입니다. 은하의 별들은 수 밀도 n 으로 균일하게 있으며 원형 궤도를 따라 움직인다고 가정합니다.

B.1	은하가 별들로만 이루어진 경우, 별의 중심까지의 거리의 함수로서 별의 속도 $v(r)$ 를 구하고 $r < R_g$ 및 $r \geq R_g$ 에 대한 $v(r)$ 를 스케치합니다.	0.8pt.
-----	---	--------

암흑 물질의 존재는 은하 자전 곡선, 즉 $v(r)$ 의 그래프로부터 추론할 수 있습니다.

관측에서 얻은 값입니다. 아래 그림은 은하 자전 곡선의 일반적인 패턴을 보여줍니다. You

$v(r)$ 는 $r \leq R_g$ 에 대한 선형 함수이고 $r > R_g$ 에 대한 상수 v_0 라고 단순하게 가정할 수 있습니다.

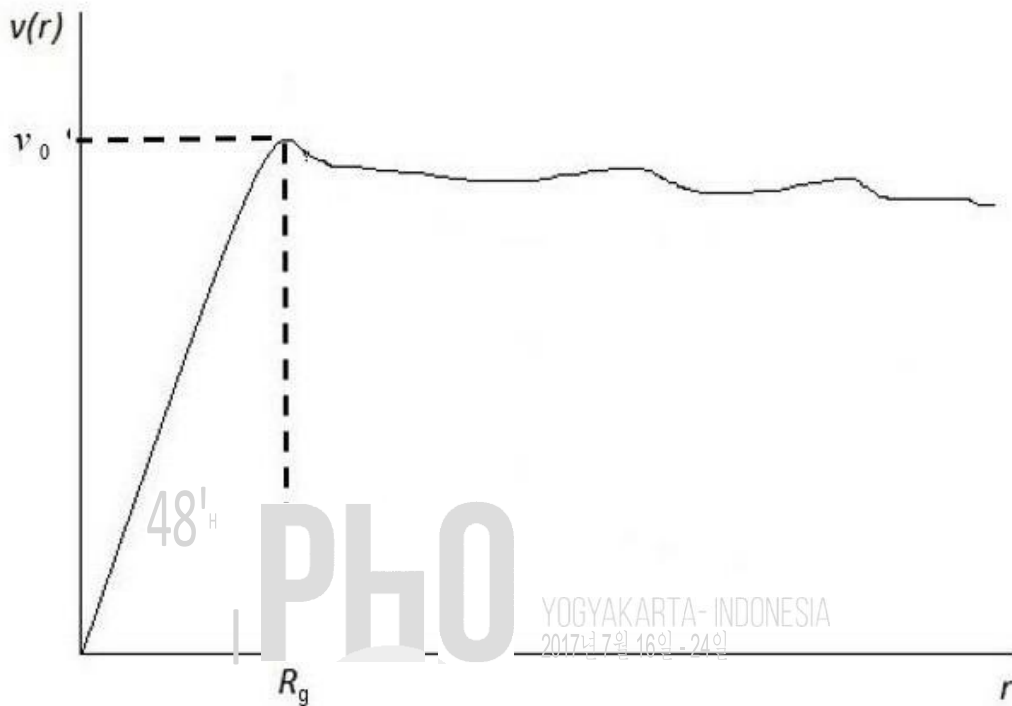


그림 1 은하계의 은하 자전 곡선 플롯.

B.2	반지름 R_g 의 구 안에 있는 은하계의 그 부분의 총 질량 m_R 을 v_0 과 R_g 의 관점에서 구합니다.	0.5pt.
-----	--	--------

B.2의 그림과 B.1에서 얻은 플롯 사이의 불일치는 어두운 부분이 존재함을 나타냅니다.
문제입니다.

B.3	다음에 대한 r , R_g , v_0 , n , m_s 의 함수로서 암흑 물질 질량 밀도를 구합니다. $r < R_g$ 및 $r \geq R_g$	1.5pt.
-----	--	--------

C. 성간 가스와 암흑 물질

이제 성간 가스와 암흑 물질이 질량을 지배하는 젊은 은하를 생각해 보겠습니다(별의 질량은 무시). 성간

가스는 질량 m_p 의 동일한 입자로 구성되어 있다고 가정합니다. 숫자
기체의 밀도 $n(r)$ 및 온도 $T(r)$ 는 은하 중심으로부터의 거리 r 에 따라 달라집니다.
많은 물리적 과정이 일어나지만, 기체가 정수압 상태라고 가정할 수 있습니다.
의 압력과 은하의 중력으로 인해 평형을 유지합니다.

C.1	Find the pressure gradient of the gas dP/dr , in terms of $m'(r)$ and $n(r)$. Here, $m'(r)$ is the total mass of gas and dark matters within a sphere of radius r from the galaxy center.	0.5 pt.
-----	--	---------



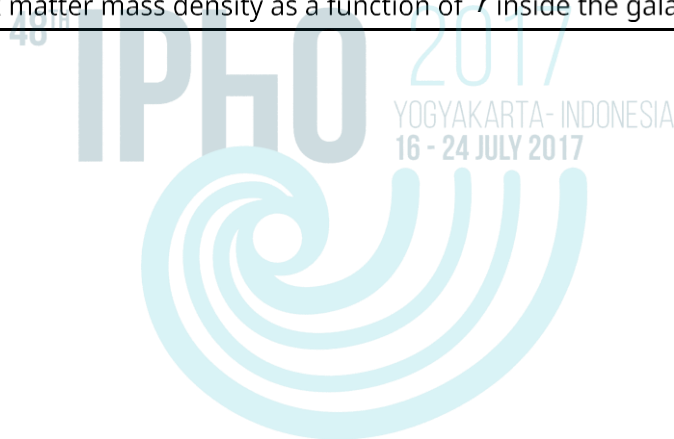
C.2	Assuming the interstellar gas as an ideal gas, find $m(r)$ in terms of $n(r)$, $T(r)$ and their derivatives with respect to r	0.5 pt.
-----	--	---------

Next for simplicity assume that the gas is in isothermal distribution at temperature T_0 and the interstellar gas number density is given by

$$n(r) = \frac{\alpha}{r(\beta + r)^2},$$

where α and β are some constants.

C.3	Find the dark matter mass density as a function of r inside the galaxy.	1.0 pt.
-----	---	---------



지진, 화산 및 쓰나미

인도네시아는 슈퍼마켓입니다. 화산 폭발, 지진, 쓰나미 등 거의 모든 자연재해가 인도네시아에서 발생하고 있습니다.

A. 메라피 화산 폭발



족자카르타의 메라피 화산은 자바에서 가장 활화산으로 꼽히는 화산 중 하나입니다. 화쇄류는 화산의 잘 알려진 분화 특성입니다. 화쇄류는 화산에서 멀리 떨어진 곳으로 이동하는 가스와 암석의 뜨거운 혼합물입니다. 2010년 10월 26일, 메라피 화산은 높이 12km에 달하는 화산재 기둥(그림 1)과 화쇄류의 이동을 통해 폭발적인 특성을 보여주었습니다. 화산 주변에 20,000명 이상의 사람들이 살고 있습니다.

YOGYAKARTA- INDONESIA

2017년 7월 16일 - 24일

(그림 1: 메라피 분화 중 화쇄운, 족자카르타 화산청 제공, BPPTKG)

2010년 메라피 화산 최대 폭발의 원인을 살펴봅시다. 지구물리학자들은 화산 폭발(수화산)의 폭발적 행동에

외부 물이 마그마에 미치는 영향이 중요한 역할을 한다고 알려져 있습니다. 화산을 마그마 입자와 물의 혼합물로 구성된 시스템으로 가정해 봅시다. 화산이 분출하는 구조물과 대기는 시스템의 경계가 됩니다. 폭발적인 분화는 (1) 순간적인 마그마와 물의 상호 작용과 (2) 시스템 확장의 두 단계로 진행되는 것으로 간주됩니다. 첫 번째 단계에서는 절대 온도(T_m)에서 마그마 질량 $m(m)$ 이 절대 온도(T_m)에서 외부 물 질량(m_w)과 혼합됩니다.

온도 (T_w). 열 평형은 거의 즉각적으로 이루어집니다. 이러한 상호 작용은 다음과 같습니다. 거의 일정한 부피의 과정으로 인식됩니다. 물의 증발 잠열 및 잠재 열 마그마의 용융을 무시할 수 있습니다.

A.1	첫 번째 단계에서의 평형 온도를 물 c_{vw} 와 마그마 c_{vm} 의 단위 질량당 질량과 열용량으로 구합니다.	0.5pt.
A.2	혼합물을 이상 기체로 모델링할 수 있다고 가정하여 첫 번째 단계에서의 평형 압력을 구합니다. 혼합물의 단위 몰당 부피가 v_e 라고 가정합니다.	0.3pt.

시스템 확장(두 번째 단계)은 여러 가지 가능성을 통해 발생할 수 있으며, 그 중 하나는 열 폭발입니다. 이러한 과정은 매우 복잡하지만 분출된 혼합물의 상대 속도를 경험적으로 측정할 수 있습니다. 분출 중 가스의 속도는 압력 p , 총 질량 m 및 화산 도관 내 혼합물의 부피 V 에 따라 달라집니다.

A.3	분출 중 기체의 속도를 비례 상수 κ 까지 p, m, V 로.	0.5pt.
-----	---	--------

관측된 압력은 아로
탄도 속도만큼이나 큼니다.

and the order of 100 MP

a. 따라서 분출 (상대) 속도는 다음과 같을 수 있습니다.

48th IPHO
YOGYAKARTA-INDONESIA
2017년 7월 16일 - 24일

B. 족자카르타 지진

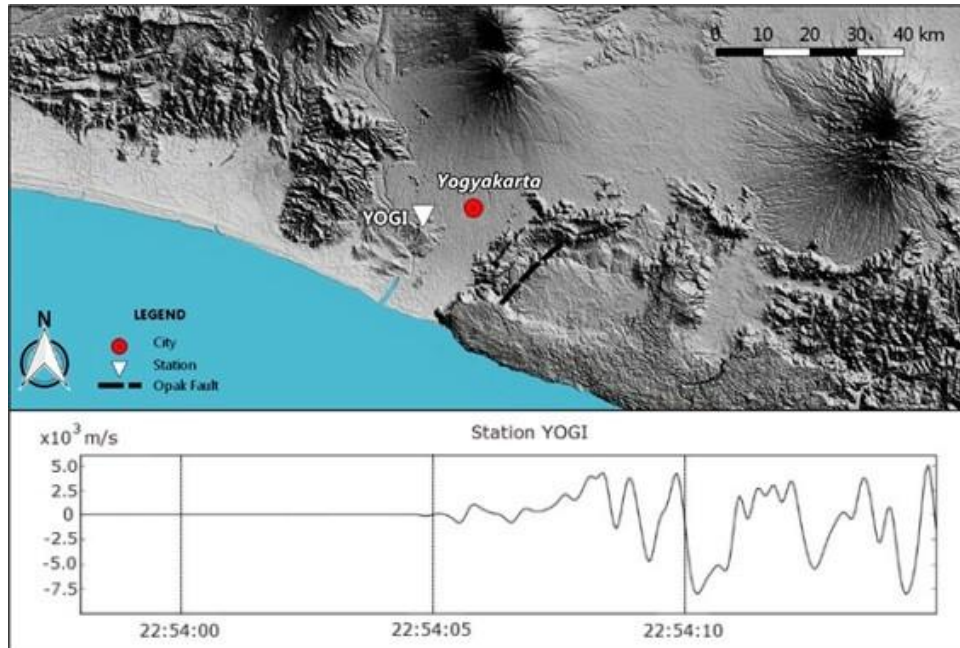
2006년 반톨과 족자카르타 지역의 많은 건물을 파괴한 규모 6.4의 강진(=)은 현지 시간으로 05:54:00:00, 한국 시간으로 22:54:00:00에 발생했습니다. 이 지진은 오팅 단층 세그먼트의 갑작스러운 변위로 인해 발생했습니다(그림 2 참조). 저중심은 지표면 아래 15km 아래에 위치했습니다.

지각에 전파되는 지진파는 지진계를 사용하여 기록할 수 있습니다. 지진계의 다이어그램을 지진도라고 합니다(그림 2 및 3, 아래쪽 그래프). 지진도는 요그야카르타 감핑역(YOGI)(그림 2)과 발리 덴파사르(DNP)(그림 3)의 지진 관측소에서 기록한 시간에 따른 수직 지반 속도를 나타냅니다. 일반적으로 지진파는 다음 세 가지로 구성됩니다.

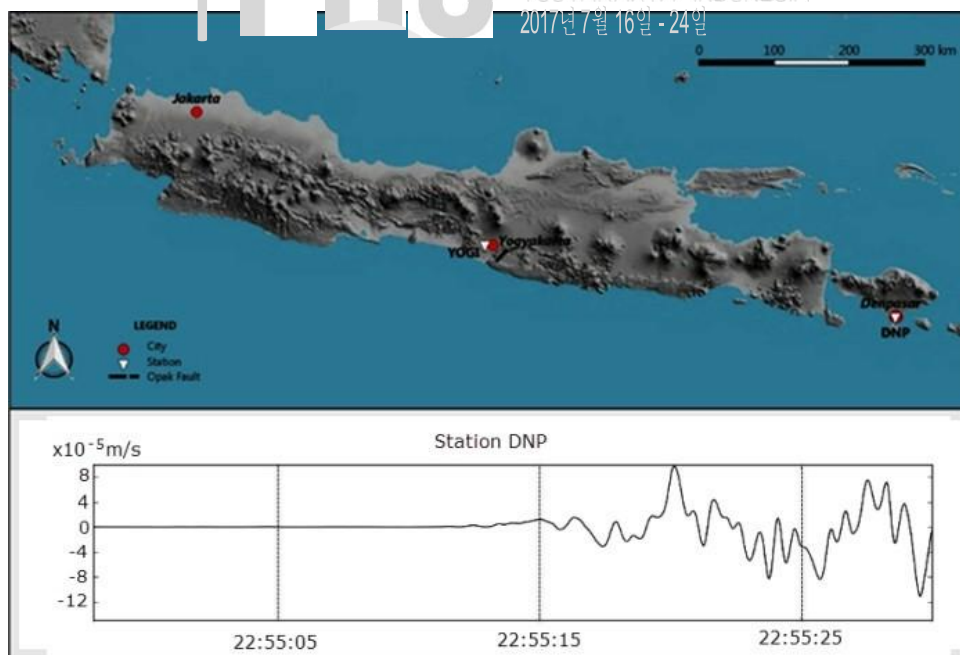
파동 유형: 종파 또는 1차(P 파), 횡파 또는 2차(S 파), 표면파. P 파와 S 파는 따라 이동하는 반면 지표면파는 지하에서 이동합니다. 지표면을 통해 관측소로 이동하는 지진파는 다음과 같이 나눌 수 있습니다.

직선으로 전파되는 파동, 층의 경계에 의해 반사되는 파동, 다음 층으로 굴절되는 파동으로 나뉩니다. 종파 또는 일차파는 속도가 가장 빠르고, 표면파는 속도가 가장 느립니다.

파의 속도는 P 파의 약 60%로 가장 낮습니다.



(F g. 2: The maps location of YOGI)



(그림 3: DNP(덴파사르)의 지도 위치)

진원지(지구 표면의 저중심 투영)와 YOGI 및 DNP 관측소 사이의 거리는 각각 22.5km와 . 인도네시아 자바의 지각층 깊이는 30km입니다. 지각 아래에는 지구 맨틀층이 있습니다. 다른 파동 현상과 마찬가지로 지진파도 스넬의 법칙을 만족합니다. 지진파는 맨틀층에 의해 반사될 수도 있습니다. 이 문제에서는 지구의 곡률을 무시한다고 가정합니다.

B.1	그림 2는 YOGI 관측소의 지진도를 보여줍니다. 이 데이터를 사용하여 지각에서 P파의 속도를 구합니다.	0.5pt.
B.2	덴파사르의 DNP 스테이션에 도착한 족자카르타 지진으로 인한 직접 P파와 반사파의 이동 시간을 구합니다.	0.6pt.

지구가 지각과 맨틀의 두 층으로만 구성되어 있다고 가정하면, 1차파는 지각과 맨틀에서 서로 다른 일정한 속도로 전파됩니다. 맨틀의 속도는 빠릅니다. 맨틀에서 직각(90°)으로 굴절된 P파는 지각-맨틀 경계를 따라 전체 전파 경로를 따라 지각으로 부분적으로 다시 굴절된다는 점에 유의하세요.

B.3	맨틀에서 P파의 속도를 구합니다.	1.2pt.
-----	--------------------	--------

보다 현실적인 지구 구조를 위해 지각을 여러 개의 얇은 층으로 나눌 수 있으므로 지진의 속도는 다음과 같습니다. $v_p(z) = v_0 + az$ 여기서 a 는 상수이고 저중심은 $a \{ \text{Pox a} \}$ 이 모델에서 파동은 곡선입니다.

B.4	r 을 정의해 보겠습니다. $r = \frac{1}{\sin \theta}$ 광선과 n 사이의 각도 θ 를 사용하여 r 을 광선 파라미터 p 가 있는 스테이션; 저중심까지의 거리를 ρ 로 표현하고 a 저중심이 지표면과 매우 가깝다고 가정합니다.	1.4pt.
B.5	저중심에서 임의의 역까지의 이동 시간 T 를 z 에 대한 적분의 형태로 구합니다.	1.0pt.

지구는 각 층의 속도가 v_i , 두께가 δz_i 인 균질한 층의 스택으로 구성됩니다.

B.6	이전 문제의 결과에서 지각이 $v_1 = 6$ 을 특징으로 하는 세 개의 이산화된 층($i = 1, 2, 3$)으로만 구성되어 있다고 가정하여 저중심에서 DNP 역까지의 이동 시간(T)을 근사화합니다. $v_1 = 6.5 \text{ km/sec}$, $v_2 = 6.97 \text{ km/sec}$, $v_3 = 6.99 \text{ km/sec}$, $P = 0.143 \text{ sec/km}$, $\delta z_1 = 6.0 \text{ km}$, $\delta z_2 = 9.0 \text{ km}$, $\delta z_3 = 15 \text{ km}$.	1.0pt.
-----	---	--------

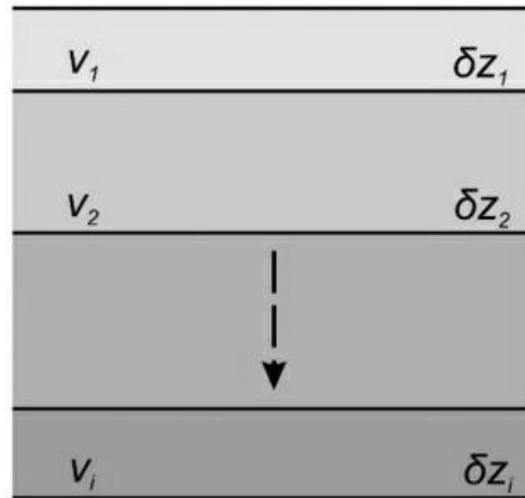


그림 4: 지구의 지층을 단순화한 모델.

C. 자바 쓰나미

2006 판간다란 지구 a d qu ke and tsunami occu lg 7 현지 시간 서부 및 중부 자바 해안에서. 동안 e rth k earthquake where t 해저에 있는 단층이 이동하여 쓰나미라고 불리는 매우 큰 물결을 일으킬 수 있습니다. 다시 말해, 쓰나미는 진폭은 작지만 파장이 매우 큰 얇은 물결로 시작되는 파도입니다.

그림 5와 같이 갑작스러운 단층으로 인해 일부 해저가 들뜬다고 가정하고 지진의 에너지가 이 들뜬 해수의 위치 에너지로 변환된다고 가정합니다. 간단한 모델에서는 용기된 물이 $\lambda L/2$ (여기서 $L \gg \lambda$)의 면적과 h

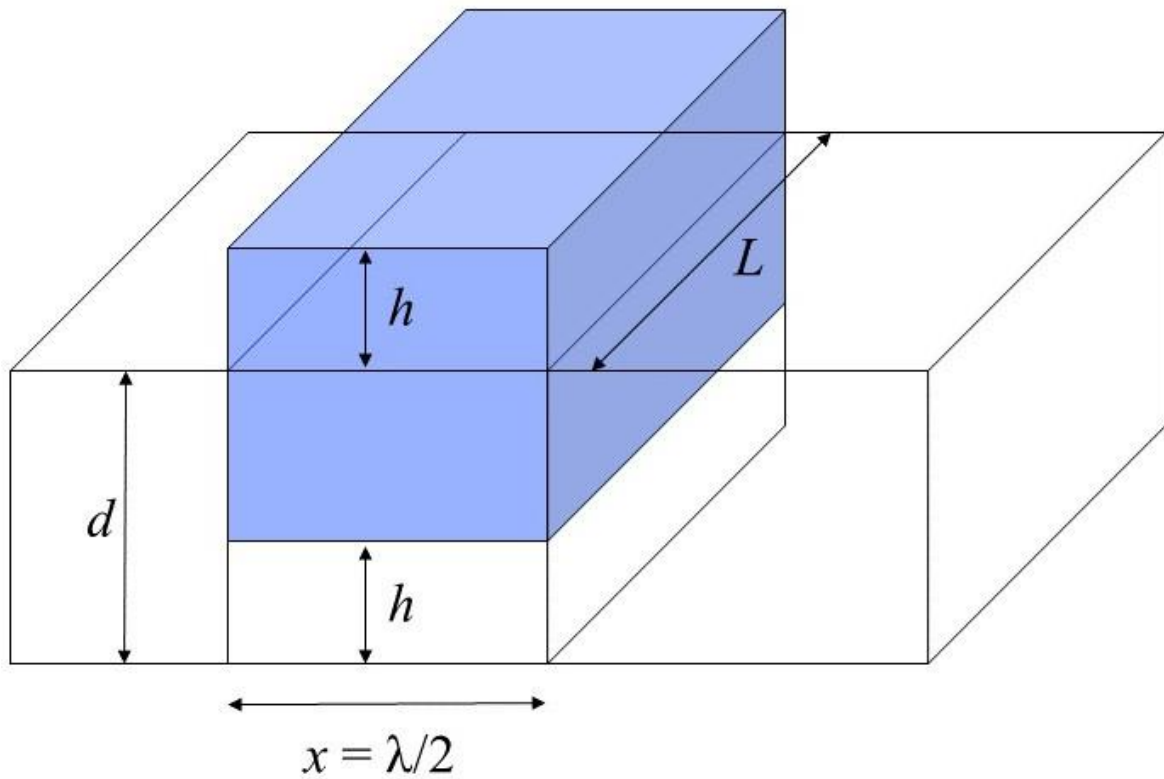


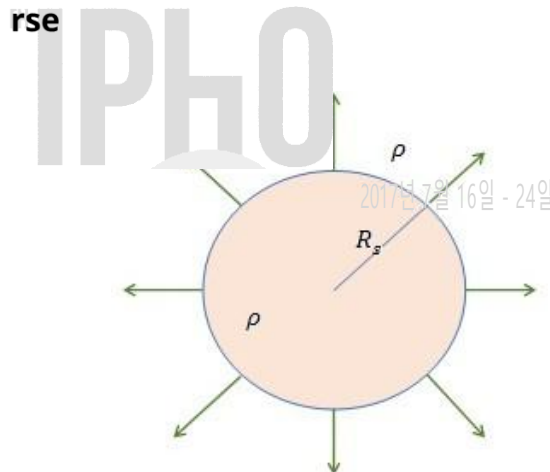
그림 5: 쓰나미 파도 그림 d 는 바다의 깊이입니다.

C.1	지진으로 인해 해수면에 대해 상승한 바닷물에 저장된 위치 에너지를 구합니다. 해수의 밀도가 ρ 라고 가정합니다.	0.5pt.
C.2	쓰나미 파의 속도를 무차원 계수까지 구합니다.	1.2pt.
C.3	에너지 인수를 사용하여, 깊이가 천천히 변한다고 가정하고 깊이 d_0 에서 진폭이 A_0 이라는 것을 알면서 쓰나미 파의 진폭을 깊이에 따른 함수로 구합니다.	1.3pt.

우주 인플레이션

지구에서 관측되는 은하의 상대적인 움직임으로 인해 특정 은하의 가시 스펙트럼 파장이 원래의 파장과 달라지는데, 이를 전자기 도플러 효과라고 합니다. 은하들의 집합에 대해 파장 이동의 무작위 분포, 즉 일부는 양(적색 이동), 일부는 음(청색 이동)의 파장 이동이 있을 것으로 예상합니다. 그러나 관측 결과, 가까운 은하군에 대해 예상했던 모든 은하가 적색 편이인 것으로 나타났습니다. 이것은 관측이 우주의 다른 지점에서 이루어지더라도 사실이어야 합니다. 결론적으로 우리 우주는 팽창하고 있는 것이 틀림없습니다. 반면에 우주의 국부적 불규칙성은 $1\text{pc} = 3.26\text{광년}$ 인 100Mpc 이상의 규모에서는 무시할 수 있습니다. 큰 규모에서 평균을 내면, 은하의 덩어리 분포는 점점 더 등방성(방향과 무관)과 균질성(위치와 무관)을 띠게 됩니다. 따라서 우리는 우주를 질량 밀도 ρ 가 균일하고 팽창하는 물질로 가정할 수 있습니다.

A. Unlabeled의 확장



우리 우주의 간단한 모델을 위해 밀도가 같은 훨씬 더 큰 구의 매질에 포함된 균일한 밀도의 팽창하는 구를 생각해 보겠습니다. 어느 시점에서 더 작은 구의 반지름이 구의 반지름은 R_s 입니다. 구의 확장을 표현하기 위해 반지름 $R(t)$ 의 시간 의존성을 스케일 계수 $a(t)$, 즉 $R(t) = a(t)R_s$ 로 표현할 수 있습니다.

뉴턴의 중력 법칙을 사용하여 우리 우주의 모델에 따라 구 경계에서 질량 요소의 속도를 평가하면 일련의 프리드만 방정식을 구할 수 있습니다:

$$\left(\frac{a}{a}\right)^2 = A \frac{\rho(t)}{1} - \frac{k(c)^2}{R_s^{(2)} a^{(2)}(t)}$$

(1)

여기서 k는 무차원 상수, c는 빛의 속도입니다.

방정식 (1)에서 상수 A_1 을 구합니다.

1.3pt.

지금까지의 논의는 비상대주의적입니다. 그러나 실제로는 다음과 같은 방법으로 상대주의적 시스템으로 확장할 수 있습니다.

$\rho(t)c^2$ 를 총 에너지 밀도(중력 포텐셜 에너지 제외)로 재해석합니다. 여기서 상대주의 시스템은 제2 프리드만 방정식을 도출합니다:

$$\rho + A_2 \left(+ \left(\frac{\dot{\rho}}{c^2} \right) \right) a \frac{a}{a} = 0 \quad (2)$$

단열 시스템의 제1법칙 열역학을 사용하여, 여기서 ρ 에 대한 압력을 나타냅니다.

구체.

상수 결정

nts in the equation (2)

0.9pt.

방정식 (1)과 (2)를 풀려면 $\rho(t)/c^2 = w\rho(t)$ 와 같은 관계 $p = p(\rho)$ 를 가정해야 하며, 여기서 w 는 상수입니다. 또한 허블 파라미터라고 하는 계수 $H = \dot{a}/a$. 파라미터의 현재 값은 일반적으로 t_0, ρ_0, H_0, a_0 같이 아래 첨자 0으로 표시됩니다. 간단히 설명하기 위해 $a_0 = 1$ 을 예로 들어보겠습니다.

우주는 상대론적 입자의 방사선을 생성하는 빅뱅이라는 큰 폭발에서 시작된 것으로 여겨집니다. 우주가 팽창하는 동안 우주는 냉각되고 그 안의 입자들은 비상대론적 입자가 됩니다. 그러나 최근 관측에 따르면 현재 우주는 우주론적 상수 에너지 밀도에 의해 지배된다는 것이 밝혀졌습니다. 광자의 경우, 우주가 팽창함에 따라 광자의 파장은 스케일 계수에 비례하여 팽창합니다.

A.3	(i) 복사(즉, 광자 에너지)로만 채워진 우주, (ii) 비상대론적 물질로만 채워진 우주, (iii) 일정한 에너지 밀도를 가진 우주 등 세 가지 경우 각각에 대한 결과 값인 w 를 구합니다.	1.2pt.
A.4	$k = 0$ 의 경우, A.3에 언급된 (i) ~ (iii)의 각 경우에 대해 $a(t)$ 를 구합니다. (i)와 (ii)의 경우 초기 조건 $a(t=0) = 0$ 을 사용하고, (iii)의 경우 조건 $a_0 = 1$ 을 사용합니다.	1.2pt.

식 (1)의 상수 k 는 우주의 공간 기하학 분류를 나타냅니다. 양의 곡률 우주(닫힌 우주)의 경우 $k = +1$, 평평한 우주(무한)의 경우 $k = 0$, 음의 곡률의 경우 $k = -1$ 이 될 수 있습니다.

우주(개방형, 무한대). 밀도 비율 $\Omega = \rho/\rho_c$ 를 정의해 보겠습니다. 여기서 $\rho_c c^2 = H^2/A_{(1)}$ 은 임계 에너지 밀도입니다. $A_{(1)}$ 은 문제 A.1에서 구할 수 있습니다.



A.5	식(1)의 k 를 Ω , H , a 및 R_0 로 표현합니다.	0.1pt.
A.6	$k = +1$, $k = 0$ 및 $k = -1$ 의 각 값에 해당하는 Ω 의 범위를 구합니다.	0.3pt.

B. 인플레이션 단계 도입 동기 및 일반적인 조건

우주 마이크로파 배경 복사(CMB)의 관측에 따르면 현재의 우주는 거의 평평합니다. 문제는 이것이 사실이라면 현재의 우주는 정확히 평평한 초기 우주에서 시작해야 하며, 그렇지 않으면 평탄도에서 벗어난 편차가 시간이 지남에 따라 커져 현재의 평탄도를 망칠 수 있다는 것입니다.

B.1	우주가 복사 또는 비상대론적 물질에 의해 지배될 때의 $(\Omega(t) - 1)$ 을 시간의 함수로 구합니다(문제 A.3 참조).	0.5pt.
-----	--	--------

이 문제를 해결하기 위해, 우주는 역사상 어느 초기 시점에 일정한 에너지 밀도 지배 주변 $\rho_{\text{rad}} \propto a^{-4}$ and which leads to an exponential expansion 기간이라고 합니다.

B.2	이 지속적인 에너지 우위 Energy density domination period, find ρ_{eff} as a function of a and H . it	0.3 pt.
B.3	인플레이션의 조건은 음압, 가속 팽창($a > 0$), 허블 반지름 감소($d(aH)^{-1}/dt < 0$) 등 몇 가지 조건을 의미한다는 것을 보여줍니다.	0.9pt.
B.4	허블 반경이 감소하는 조건은 매개 변수 $\epsilon = -\dot{H}/H^2$ 의 측면에서 $\epsilon < 1$ 로 표현할 수 있음을 보여줍니다.	0.2pt.

인플레이션은 $\epsilon < 1$ 만큼 발생하고 $\epsilon = 1$ 이 되면 종료됩니다. 전자 접기 수 N 을 다음과 같이 정의할 수 있습니다.

$dN = d \ln a = H dt$ 및 $N = 0$ 인플레이션이 끝날 때,

C. 균일하게 분산된 물질에 의해 생성된 인플레이션

인플레이션 기간을 생성할 수 있는 간단한 물리 시스템의 예로 균일하게 분포된 물질이 지배하는 우주를 들 수 있습니다. 이러한 종류의 물질을 인플레이션이라고 하며 $\phi(t)$ 함수로 특성화할 수 있습니다.

이 문제의 동역학 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있습니다.

$$\phi + 3H\phi = -V' \quad (3)$$

여기서 $V = V(\phi)$ 는 포텐셜 함수이고 $V' = \frac{\partial V}{\partial \phi}$ 입니다. 허블 파라미터는 다음을 만족합니다.

$$H^2 = \frac{1}{3M_{Pl}^2} \left[\dot{\phi}^2 + V \right] \quad (4)$$

with M_{Pl} is a constant called the reduced Planck mass. Inflation phase occurs during domination of potential energy V over kinetic energy $\dot{\phi}^2/2$ for sufficient time such that term in equation (3) can be neglected. This condition is called slow-roll approximation.

The quantities ϵ and η are defined as $\epsilon = -\dot{H}/H^2$ and $\eta = \ddot{\phi}/\dot{\phi}H$, where $\delta = -\dot{\phi}/H$, are called 'slow-roll' parameters.

C.1	Estimate parameter ϵ , parameter η and $dN/d\phi$ in terms of potential $V(\phi)$ and its first and second derivative (V' and V'').	1.7 pt.
-----	---	---------



D. 간단한 잠재력을 이용한 인플레이션

모든 인플레이션 모델의 예측은 다음과 같이 CMB의 관측 제약 조건과 비교해야 합니다.

$n_s = 0.96 \pm 0.006$ 및 $r < 0.12$, 여기서 $r = 16\epsilon$ and $n_s = 1 + 2\eta_V - 6\epsilon$ 에서 평가됩니다. $\phi = \phi_{start}$

에
대
한

인플레이션 모델이 지배적인 물질에 의해 생성된다고 가정합니다. 물질의 잠재력이 간단한

$V(\phi) = \Lambda^4 \left(\frac{\phi}{M_{Pl}} \right)^n$ 형태 여기서 n 은 임의의 정수이고 Λ 은 상수입니다.

	인플레이션이 끝날 때 $\phi_{(end)}$ 을 계산합니다.	0.5pt.
D.2	전자 접는 수 N 과 정수로 r 과 n_s 을 표현합니다. 관측값 r 과 $n_{(s)}$ 에 가장 가까운 n 의 값을 추정합니다. 계산에 $N = 60$ 을 사용합니다.	0.9pt.



일반적인 지시사항:이론 시험(30점)

이론 시험은 5시간 동안 진행되며 총 30점 입니다.

시험 시작 전

시험 시작을 알리는 신호 벨이 울리기 전에 문제가 들어있는 봉투를 열어서는 안됩니다.

시험의 시작과 끝은 벨소리로 알려주고, 매시간마다 경과된 시간을 알려주며, 시험 종료 15분 전에도 벨소리가 .

시험 응시 중

답안을 작성하는 전용 답안지는 각 문제당 제공되며, 최종답안을 해당문제의 답안지의 해당 박스에 기입하오각 문제에 대하여, 자세한 풀이는 계산용재피뿔요오드에를 이용하시오 계산 용지를 사용할 때에는 자신이 현재 풀고 있는 문제에 해당하는 계산용지를 사용하시오(상단에문제번호를체크하시오.)기록한내용중 채점이 되지 않기를 원하는 것은 x표시를 하시오 각계산용지의앞면만활용하시기 바랍니다.

풀이과정을 작성할 때 간결하고 명료하게 작성하기 방정식을 사용하거나 논리연산자를 사용하고, 생각하는 내용을 가능한 간단하게 작성하거나 스케치하기 긴 문장을 쓰는 것은 피하세요.

숫자를 표시할 때는 정확한 유효숫자로 응답해야 합니다.

전 단계의 문제를 풀지 못했더라도, 다음 단계의 문제를 풀 수 있습니다,

밀리상수목록은 분리된 페이지로 제공됩니다.

허가 없이 시험장소를 벗어날 수 없는 경우(마실 물을 보충할 경우,화장실을 가야하는 경우 등)에는 세 개의 깃발 중 하나를 들고 감독관에게 알리시기 바랍니다_("마실 물을 보충하고자 합니다","화장실에 가려고 합니다", 기타 모든 경우에는"도움이 필요합니다").

시험 종료

시험이 끝나는 즉시 답안 작성을 중지해야 합니다'

각 문제에 대해 작성한 종이의 순서를 다음과 같이 정렬한 문제지, 답안지, 계산 용지와x표시 한 종이

한 문제와 관련된 모든 종이는 같은 봉투에 넣으시기 바랍니다. • 일반적인 지시사항은 여분봉투에 넣으시기 바랍니다 각 봉투에 학생 코드 꼭 기재하시기 바랍니다 또한,빈 종이도 모두 제지하시기 바랍니다 시험장 밖으로 어떠한 종이도 반출되어서는 안됩니다.

0 조직위원회에서 제공하는 계산기는 테이블 위에 두고 가세요.

일반 데이터 시트

진공에서의 빛의 속도	$c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
진공에서의 투자율 (자기 상수)	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$
진공에서의 유전율 (유전 상수)	$\epsilon_0 = 8.854187817 \times 10^{-12} \text{ A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$
기본 전하량	$e = 1.6021766208(98) \times 10^{-19} \text{ A} \cdot \text{s}$
전자의 질량	$m_e = 9.10938356(11) \times 10^{-31} \text{ kg}$ $= 0.5109989461(31) \text{ MeV}/c^2$
양성자의 질량	$m_p = 1.672621898(21) \times 10^{-27} \text{ kg}$ $= 938.2720813(58) \text{ MeV}/c^2$
중성자의 질량	$m_n = 1.674927471(21) \times 10^{-27} \text{ kg}$ $= 939.5654133(58) \text{ MeV}/c^2$
원자 질량 단위(통일 원자 질량 단위)	$u = 1.660539040(20) \times 10^{-27} \text{ kg}$
리드베리 상수	$R_\infty = 10973731.568508(65) \text{ m}^{-1}$
중력상수(만유인력의 상수)	$G = 6.67408(31) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
중력 가속도	$g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
플랑크 상수	$h = 6.626070040(81) \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
아보가드로 수	$N_A = 6.022140857(74) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
기체 상수	$R = 8.3144598(48) \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
(몰 기체 상수)	
몰 질량 상수	
(몰 질량 상수)	$M_u = 1 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$
볼츠만 상수	$k_B = 1.38054852(79) \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
슈테판-볼츠만 상수	$\sigma = 5.670367(13) \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

프리트 츠위키는 약 천 개의 은하로 이루어진 코마 은하단의 운동을 관측함으로써 암흑 물질의 존재를 처음으로 추측하였다. 그는 코마 은하단의 질량을 추정하기 위해 비리얼 정리를 사용하였다. 행성이 별 주위의 원궤도를 따라 도는 간단한 별-행성 계에서는 비리얼(Virial) 정리를 이용하여 행성의 운동 에너지로부터 그 행성의 중력 퍼텐셜 에너지를 정확히 알 수 있다. 또한 서로 상호 작용하며 속박된 여러 입자로 이루어진 다체계의 경우에도 비리얼 정리를 이용하여 전체 운동 에너지의 시간 평균으로부터 전체 퍼텐셜 에너지의 시간 평균을 알 수 있다.

1933년 츠위키는 코마 은하단의 가장자리에 위치한 은하들의 속도를 관측하고 그로부터 추정한 은하단의 총 질량이 실제 관측되는 질량을 다 더한 것보다 더 크다는 것을 발견했다. 은하단 내에서 관측되는 은하들이 가장 자리에 위치한 은하를 끌어 당기는 중력이, 관측된 은하의 운동 속도를 설명하기에는 너무 작아서 어떤 숨겨진 질량들이 있어야 그러한 큰 속도를 설명할 수 있었다. 이 숨겨진 질량이 바로 암흑 물질(dark matter)의 질량이다. 아래에서 개별 은하의 질량은 관측가능한 가시(visible) 물질의 질량과 그 은하와 같이 운동하는 암흑 물질의 질량을 더한 값을 지칭하며 암흑 물질과 가시 물질 사이에는 중력만 작용 한다.

A. 은하단

반지름 R 인 구 안에 균일하게 분포한 n 개의 점으로 볼 수 있는 은하들과, 은하들 사이 공간에 균일하게 분포한 암흑 물질로 이루어진 하나의 은하단을 생각해 봅시다. 이 은하단의 전체(은하들과 암흑 물질) 질량을 M 이라 하자. N 은 매우 큰 수이고, 은하 하나의 질량(가시 물질과 암흑 물질 질량의 합)은 m 입니다.

A.1	은하단 내의 물질이 연속적으로 분포한다고 가정하고, 전체 중력 퍼텐셜 에너지를 M 과 R 로 나타내시오. 중력상수는 G 라고 하자.	1.0 pt.
-----	---	---------

우주의 팽창으로 인해, 멀리 떨어진 천체는 지구의 관찰자로부터 멀어지게 되는데, 이 때 천체의 속력은 관측자와 천체 사이의 거리에 의존한다. 수소의 라이만 계열 스펙트럼에 속하는 어떤 방출선의 진동수가 지구에서 측정할 때 f_0 이고, 은하단의 i 번째 은하에 속한 IA형 초신성으로부터 나오는 같은 방출선의 진동수가 f_i ($i = 1, \dots, N$)로 관측된다고 하자.

A.2	전체 은하단이 지구로부터 멀어지는 속력, 은하들 속력의 평균 v_{cr} 을 f_i ($i = 1, \dots, N$), f_0 N , 으로 나타내시오. 단, 은하가 멀어지는 속력은 빛의 속력 c 에 비해서 매우 작다.	0.5 pt.
-----	--	---------

A.3	은하단의 중심에 대한 여러 은하들의 속도가 등방적임(isotropic, 모든 방향에 대해 같음)을 가정하고, 은하단 중심에 대한 여러 은하 속력들의 제곱-평균-제곱근 속력(root-mean square speed) v_{rms}를 N f_i ($i = 1, \dots, N$) 로 나타내시오. 은하단의 중심에 대한 은하의 평균 운동 에너지를 E_{tot} 와 m 으로 나타내시오.	1.5 pt.
-----	---	---------

은하단의 전체 질량을 구하기 위해 다음과 같은 비리얼 정리를 이용할 수 있다. 보존력이 작용하여 속박되어 있는 여러 입자들로 이루어진 계에 대해 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\langle K \rangle_{(t)} = -\gamma \langle U \rangle_{(t)}$$

여기서 $\langle K \rangle_{(t)}$ 은 전체 운동에너지의 시간 평균, $\langle U \rangle_{(t)}$ 는 전체 퍼텐셜 에너지의 시간 평균이며, γ 는 상수이다.

구성 입자 사이에 작용하는 자체적인 힘에 의해 속박된 입자계가 있을 때, 각 입자의 위치와 운동량의 크기가 유한하고 따라서 다음 물리량 역시 유한하다는 가정으로부터 비리얼 정리를 유도할 수 있다.

$$\Gamma = \sum_i \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i$$

A.4	충분히 긴 시간 동안 $d\Gamma/dt$ 을 평균하면 $\langle \frac{d}{dt} (\Gamma) \rangle_{(t)} = 0$ 이 된다는 사실을 이용하여, 중력 상호작용의 경우 위의 비리얼상수 γ 값을 구하시오. (昉星 : γ 에서 은하의 수가 작은 경우 즉 더하는 항의 수가 몇 개 안 되는 경우에 대해 해보면 도움이 될 수 있음.)	1.7pt.
	앞의 결과로부터 은하단 내의 전체 (은하 내부와 은하사이) 암흑 물질의 질량을 $N m_g$, R_{rms} 로 표현하시오. 여기서 m_g 는 하나의 은하 내에 존재하는 가시 물질의 질량이며, 암흑 물질의 평균-제공 속력은 은하의 그것과 같다.	0.5pt.

암흑 물질은 개별 은하의 내부와 그 주위에도 존재한다. 어떤 구형 은하의 가시(visible)

B. 한 은하에서의 암흑 물질

반지름을 R_g (많은 수의 별 개수의 별들이 여전히 그 바깥에 분포할 수 있음) 은하 내의 별은 평균 질량이 m_s 인 점입자이며, 갯수 역시 n 으로 균일하게 분포되어 있고, 은하의 가운데를 중심으로 하는 원궤도를 따라 움직인 것으로 가정합니다.

8.1	이 은하가 별들만으로 구성되어 있다고 할 때, 은하의 중심으로부터의 거리 r 이 $r < R_g$ 과 $r \geq R_g$ 인 경우에 대해 별의 속력 $v(r)$ 을 거리 r 의 함수로 구하시오. $v(r)$ 을 거리에 대 해 그래프로 그리시오.	0.8 pt.
-----	--	---------

어떤 은하에 대해 $v(r)$ 을 관측한 결과를 그래프로 그려보았습니다.

래 그림은 은하 회전 곡선의 일반적인 형태이다 페이지 2 중 4

은하 회전 곡선으로부터 암흑 물질의 존재를 추정할 수 있다.

아

$K(R)$ 을 단순화하여 $r \leq R_g$ 에서는 선형 함수로, $r >$

R_g 에서는 상수

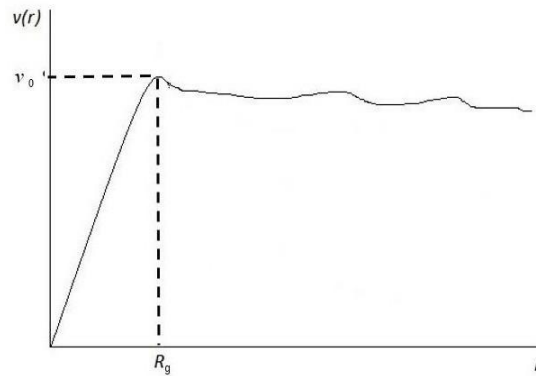


Fig. 1 한 은하에 대한 은하 회전 곡선

8.2	은하 중심으로부터 거리 (구) 영역 내부의 전치(별과 암흑 맵 질량 와 로 표시하시오	을
-----	--	---

B.2의 그림과 B.1에서 구한 그래프가 서로 일치하지 않는다는 사실이 암흑 물질이 존재함을 나타낸다.

B.3	{ (암흑)(솔의)(밀도) } 밀도를 $r < R_g$ 와 $r \geq R_g$ 인 영역에서 각각 r, R_g, v_0, n, m_s 의 함수로 구하 시오.	1.5pt
-----	---	-------

C. 성간 기체와 암흑 물질

갓 생성되어 별이 거의 없는 젊은 은하의 질량은 성간 기체와 암흑 물질의 질량의 합으로 생각할 수 있다(별들의 질량은 무

시). 성간 기체는 질량이 m_p 인 동일 입자들로 구성되어 있으며, 갓수 밀도 $n(r)$ 과 온도 $T(r)$ 은하의 중심에서부터의 거리 r 에 의해 존재하며, 기체 내에서 다양한 다양한 과정들이 일어나지만, 성간 기체는 기체의 압력과 은하에 의한 중력이 평형을 이루는 액체역학적 평형 상태에 있다고 생각할 수 있습니다.

C.1	성간 기체의 압력 기울기(그래데이션) dP/dr 을 $m^{(i)}(r), r, n(r)$ 로 나타내시오. 여기서 $m^{(i)}$ 은 은하 중심으로부터의 거리 r 이내에 존재하는 기체와 암흑 물질의 질량의 합이다	
-----	---	--

C.2	성간 기체를 이상 기체로 가정할 때, $m^{(i)}(r)$ 을 $n(r)$, $T(r)$ 과 이 물리량들의 r 에 대한 미분들로 표현하시오.	0.5 pt.
-----	--	---------

성간 기체가 온도 T_0 인 등온 분포(위치에 관계 없이 온도가 같은 분포)를 하고 있을 때, 성간 기체의 갯수 밀도는 다음과 같이 주어진다.

$$n(r) = \frac{\alpha}{r(\beta + r)^2}$$

여기서 α 와 β 는 상수이다.

C.3	은하 내부에서 암흑 물질의 질량 밀도를 은하 중심으로부터의 거리 r 의 함수로 구하시오.	1.0 pt.
-----	---	---------

지진, 화산과 쓰나미

인도네시아는 자연재해의 슈퍼마켓과 같습니다. 화산 분출, 지진, 쓰나미와 같은 거의 대부분의 자연재해가 인도네시아에서 발생했습니다.

A. 메라피 화산의 분출



(그림 1: 메라피 화산 분출로 인한 화산쇄설암 구름, 요그야카르타 화산지청 제공, BPPTKG)

욕야카르타의 메라피 화산은 자바섬에서 가장 활기찬 화산 중 하나입니다. 화산 쇄설류는 화산의 대표적인 분출 특성입니다. 화산 쇄설류는 화산에서 분출되어 이동하는 뜨거운 기체와 암석의 혼합물입니다. 2010년 10월 26일 메라피 화산은 그림 1과 같이 고도 12km에 달하는 화산재 구름을 만들며 폭발했고, 눈사태로 인해 2만 명 이상의 사람들을 대피시켜야 했습니다.

2010년 발생한 메라피 화산 분출의 원인을 살펴보면, 지진학자들은 계로부터 마그마가 유입된 물의 영향이 화산 분출의 폭발적인 양상(수화 마그마 분출)

계로 가정할 때 화산 배출 구조와 대기는 계의 외부 경계를 이룬다. 화산 폭발은 단계에 걸쳐 발생한다. (1) 순간적인 마그마의 반응, (2) 계 팽창.

첫번째 단계에서 절대온도 T_m , 질량 mm 의 마그마가 절대온도 T_w , 질량인

물과 혼합된다. 열적 평형이 즉각적으로 이루어져 이 과정에서 부피가 일정하게 유지되며 물의 기화 잠열(latent heat)과 마그마의 용융(melting) 잠열은 무시한다.

A.1	첫 번째 단계에서 평형 온도를 물의 비열 c_{VW} 와 마그마의 비열 c_{Vm} 으로 나타내시오.	0.4 pt.
A.2	물과 마그마의 혼합물을 이상 기체로 가정하고, 혼합물의 단위 몰당 부피가 $V_{(E)}$ 일때 첫 번째 단계에서의 평형 압력을 구하시오.	0.3 pt.

두번째 단계인 계의 팽창은 여러 원인에 의해 발생할 수 있는데 그 중 하나가 열적 폭발이다. 이것이 매우 복잡한 과정이지만

분출 혼합물의 상대 속도를 실험적으로 측정하여 분출하는 기체의 속도가 압력 p , 화산 분출 통로 내에서 혼합물의 질량 m 과 부피 V 의 적당한 함수값으로 주어짐을 알 수 있다.

A.3	화산 분출 동안 가스의 속도를 p, m, V 와, 비례상수 k 를 사용하여 나타내시오.	0.3 pt.
-----	--	---------

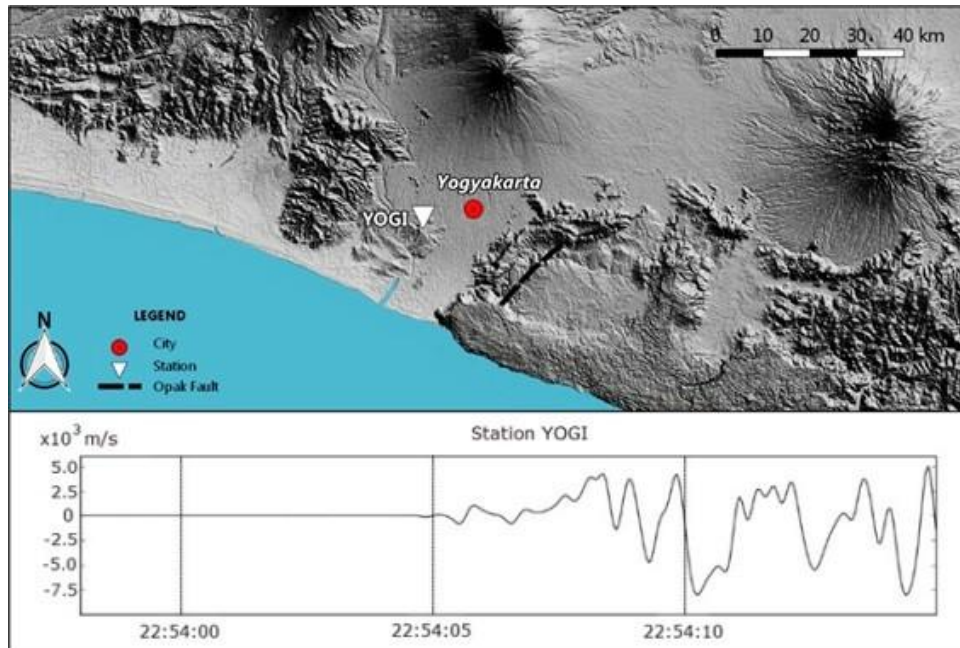
관측된 압력은 약 100 MPa 정도이며 이는 분출 (상대) 속도가 분출물이 하늘로 솟구칠 수 있을 정도가 되게 만든다.

B. 욱야카르타 지진

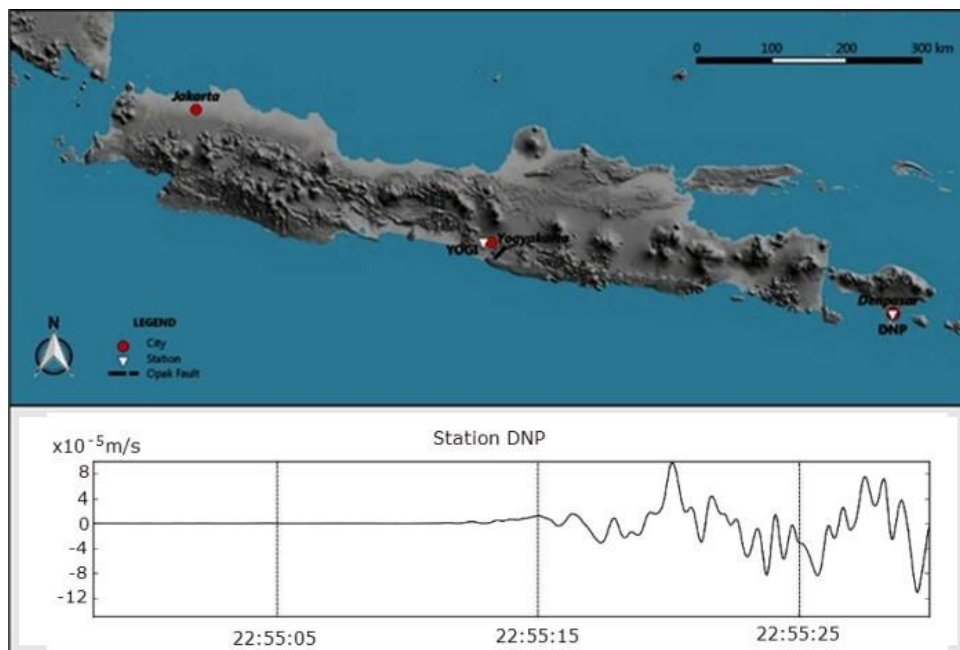
2006년 현지시각 오전 5시 54분(또는 세계표준시 22:54)에 반톨과 욱야카르타 지역의 많은 건물을 파괴한 진도 $M_w=6.4$ 의 지진이 발생했습니다. 지진은 그림 2와 같이 오팍 단층 부분의 갑작스러운 움직임에 의해 발생했습니다. 진원(지진의 발생 위치, 저중심)은 지표면 15km 아래에 위치했습니다.

지각(earth crust, 지구 껍질)을 따라 전파하는 지진파는 지진계를 이용해 기록할 수 있다. 그림2, 3의 하단 그래프와 같은 지진을 이용해 측정한 그림을 진동도(seismogram)라부른다. 그림 2의 진동도는 자카르타 캄핑 지역의 지진계입니다. (요기)에서 측정한 것으로, 시간에 따른 지표면의 수직 방향 속도를 나타내며 그림 3은 발리 덴파사르 지진계의 진동 도를 나타냅니다. 일반적으로 지진파는 세 종류의 파로 구성되어 있습니다. 종축(종) 방향(지진 전파 방향)으로 진동하는 P (1차)파, 횡축(횡단) 방향(지진 전파 방향에 수직)으로 진동하는 S 파, 그리고 표면파이다. 표면파는 지표에서만 전파되는 반면 P 파와 S 파는 지표 아래에서 전파됩니다. 지표 아래를 통해 관측소에 도달한 지진 파는 진원으로부터 관측소까지 직선으로 직접 도달한 파와 경계면에서 반사된 파, 그리고 아래 층으로 굴절되어 어느 정도

정도 거리를 진행한 파로 나눌 수 있습니다. P 파가 가장 빠르며, 표면파가 가장 느린데 표면파의 속도는 P 파의 60% 정도입니다.



(그림 2: 욕야카르타 캠핑역에 있는 YOGI의 지도상 위치)



(3덴파사르에 있는 DNP의 지도상 위치)

진앙(epicenter, 진원을 지표면에 수직으로 투영한 점)으로부터 욱야카르타 관측소(YOGI)까지의 거리는 22.5 km이고, 발리 덴파사르 관측소(DNP)까지의 거리는 500 km이다. 인도네시아 자바에서 지각(지표면 껍질)의 두께는 30 km 이다. 지각 아래에는 지구의 맨틀 중이 있다. 다른 파동의 양과 계란이 지진파동시 스넬의 법칙 <5>의 법칙을 만족하며 지각과 맨틀 중의 경계면에서 반사될 수 있으며, 이 문제에서 지구의 곡률 반경은 무시하고 평평한 것으로 가정합니다.

B.1	그림 2는 욱야카르타 관측소(YOGI)의 진동도를 보여줍니다. 이 데이터를 이용하여 지각에서 P파의 속도를 구하십시오.	0.5 pt.
B.2	욕야카르타 지진에 의해 발생하여 발리 덴파사르 관측소 DNP에 도달한 파 중, 직선으로 직접 도달한 파와 한번 반사되어 도달한 파의 이동 시간을 각각 계산하십시오.	0.6 pt.

지구가 지각과 맨틀 두 개의 층으로만 구성되어 있다고 가정할 때, P파는 지각 층과 맨틀 사이에서 각각 다른 속도로 전파됩니다. 지각 맨틀 경계면을 따라 전파되는 P파의 속도는 맨틀 층에서의 속도와 동일하다. 맨틀 층에서 전파 속도는 지각 층에서 맨틀의 경계면을 따라 진행하는 동안 일부가 다시 지각 층으로 굴절되어 진행됩니다.

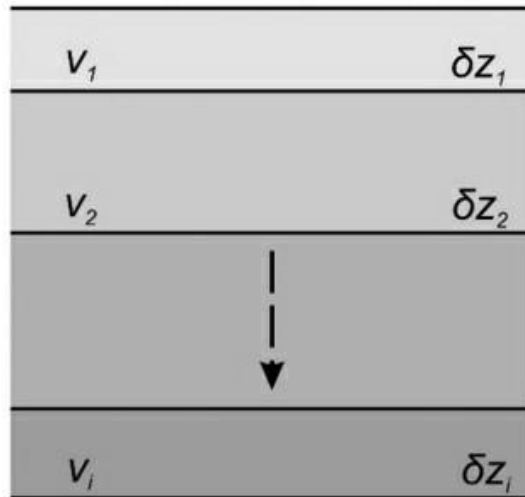
B.3	맨틀 층에서 P파의 전파 속도 구하기	1.2 pt.
-----	----------------------	---------

좀더 현실적인 지구 내부 구조를 고려하기 위해 지각이 여러 개의 얇은 층으로 나누어져 있다고 가정한다. 이 경우 지진파의 속도는 깊이 Z 에 따라 $V(Z) = V_0 + AZ$ 로 변화하며 A 는 상수이다. 진원이 근사적으로 지표면에 위에 있다고 가정하자. 이 모델에서 지진파는 휘어진 궤적을 따라 진행한다.

B.4	지진파의 경로 매개변수(ray parameter)로 $p = \sin \theta(Z)/V(Z)$ 라고 정의하자. 여기서 $\theta(Z)$ 는 지진파 경로와 연직선 사이의 각도이때 지진파가 관점에 도달할 때 경로 매개변수가 p 라 하자. 진원으로부터 관측소까지의 거리를 ρ, ρ_0 그리고 a 로 나타내시오. 진원은 지표면에 매우 가까이 있음에 유의하십시오.	1.4 pt.
B.5	지각의 두께가 주어졌을 때 진원에서 관측소까지 지진파가 이동하는데 걸리는 시간 T 를 깊이 Z 내에서의 수직 좌표 Z 에 대한 적분형태로 나타내시오.	1.0 pt.

지구는 균일한 여러 층으로 이루어져 있으며 각 층에서 지진파의 전파 속도는 v_i 이며 각 층의 두께는 δz_i 입니다.

B.6	앞 문제의 결과로부터 지구가 하나의 균일층 ($i = 1, 2, 3$)로 구성되어 있다고 가정할 때 지표면 상의 진원으로부터 DNP 관측소까지의 전달시간 T를 근사적으로 구하십시오 여기서 지구가 하나의 층으로 구성되어 있고 각 층의 특성은 다음 상수들로 주어진다 고 가정하십시오 v_1 v_2 $= 6.65 \text{ km/sec}$, $v_3 = 6.097 \text{ km/sec}$ δz_1 $= 0.143 \text{ km/sec}$, $= 6.0 \text{ km}$, $\delta z_2 = 9.0 \text{ km}$, $\delta z_3 = 15 \text{ km}$.	1.0 pt.
-----	---	---------



4: 지구 내부를 단순화하여 그린 모델

C. 자바 쓰나미

2006년 7월 17일 현지시간 15시 19분 27초에 자바섬 중서부 해안에서 떨어진 바다에서 판간다란 지진과 쓰나미가 발생했다. 해저의 지각 단층아래 위치한 진원으로부터 발생한 지진은 쓰나미라 불리는 거대한 수면파를 일으켰다. 즉, 쓰나미는 작은 진폭이지만 굉장히 큰 파장을 가진 파동으로부터 시작되는 얇은 수면파이다. 그림 5와 같이 해저면을 들어올리는 갑작스러운 단층을 고려하시오. 지진 에너지는 들어올려진 바닷물의 퍼텐셜 에너지로 전환되었다고 가정하시오. 단순한 모델을 위해 들어올려진 바닷물이 $\lambda L/2$ (where $L \gg \lambda$) 의 넓이와 h 의 높이를 가진 상자 형태로 어림하자.

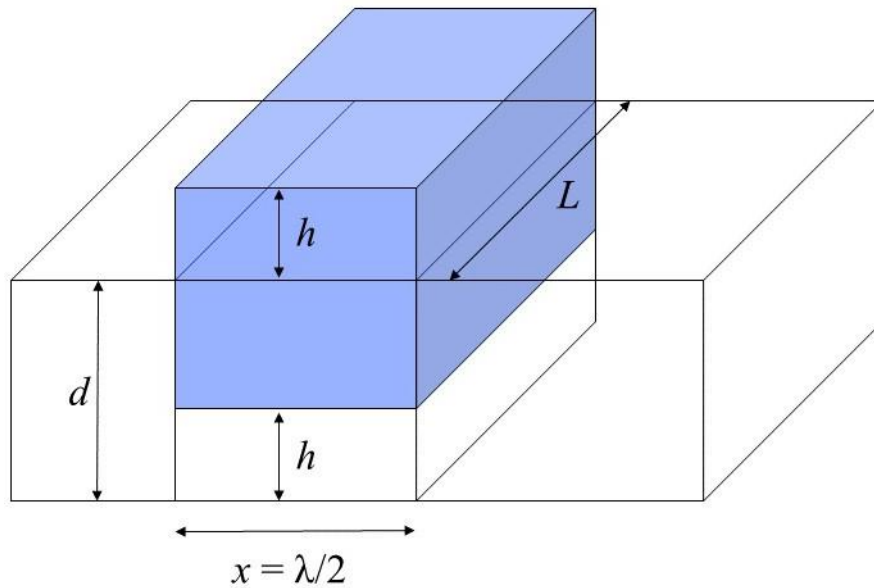


그림 5: 깊이 d의 해양에서 수면 높이 h를 가진 쓰나미 모양 그림

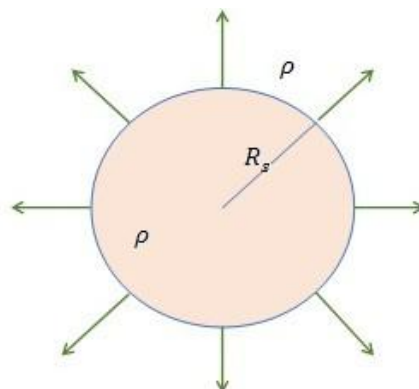
C.1	바닷물의 밀도를 ρ 라 할 때 지진으로 인해 해수면으로부터 밀려 올라온 바닷물에 저장된 퍼텐셜 에너지를 구하시오. .	0.4 pt.
C.2	쓰나미 파동의 속도를 구하기 위해 차원이 없는 상수(up to dimensionless factor) 를 포함할 수도 있음. .	1.2 pt.
C.3	에너지를 고려하여 쓰나미 파의 진폭을 깊이의 함수로 구하시오 바다의 깊이가 천천히 변화하고 깊이가 d_0 일때 진폭이 A_0 라고 가정하시오. .	1.3 pt.

우주의 급팽창

지구에서 관측된 은하계의 상대적인 운동때문에 특정 은하로부터 지구에서 관측된 가시광선 스펙트럼의 파장은 원래의 파장과 다른데, 이것은 전자기적인 도플러 효과로 알려져 있다. 여러 은하들을 관찰한다면 은하로부터 방출되는 가시광선 스펙

트럼의 파장 랜덤한 분포를 가질 것이다(일부는 파장이 멀어진 적색 변이, 일부는 파장이 짧아진 청색 변이)그러나 가까운 은하계 그룹을 제외하면 모든 관측 결과들은 적색으로 변했다.이 사실은 우주의 다른 지점에서 관측을 하더라도 '이론적으로는 우주는 팽창하고 있다는 것이다.한편 우주의 국소적 균질성의 변화는 100Mpc 이상의 스케일에서는 무시될수있다. 이때, 1pc=3·26광년이며, 더 큰 스케일에서 평균하면 은하들의 분포는 방향과 무관하게 점점 더 등방 적이고 위치와 무관하게 균일해진다,따라서 우리는 우주가 단일한 질량 말도가지며 팽창하고 있다고 잘 가정할수있다.

A. 우주의 팽창



우리 우주의 간단한 모형으로, 무한히 큰 구형의 매질 안에 팽팽한 작은 구를 생각해보자 구와 매질의 밀도 끝도~ 어떤 시간, 작은 구의 반지름이 R_s 이고 구의 반지름이 시간에 따라 $R(t) = a(t)R_s$ 가로대 7檀H:園 하자 $a(t)$ 적도 인자(5크6 怡CtO)0_ [卜·· 의 '틀> 여 써

위의 모델에서 뉴턴의 중력 법칙을 구의있는 질량 원소와 속도를 계산하면, o卜...H브_ 프리드만 방정식 (Friedmann equations)을 얻을 수 있습니다.

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G \rho(t)}{3} - \frac{k(c)^2}{R_s^2 a(t)^2} \quad (1)$$

여기서 K 는 차원이 없는 양수이며 C 는 빛의 속력입니다.

A.1	식 (1)에서 상수 A1을 구하시오.	개
-----	----------------------	---

지금까지의 논의가 비상대론적이기는 하지만 $\rho(\vec{x})c^2$ 이 중력 퍼텐셜 에너지를 제외한 전체 에너지 밀도라고 해석하면 상대론적인 논의로 확장될 수 있다. 이 상대론적인 계에서 단열 팽창하는 고립계에 대해 열역학제 1법칙을 이용하면, 2번째꼴 프리만 식을 유도할수있다. 여기서 C 는 광속이고 P 는 구에서의 압력이다.

$$\rho + A_{(2)} + \left(\frac{P}{c^2} \right) a \frac{a}{a} = 0 \quad (2)$$

A.2	식 (2)에서 상수 A2 를 구하시오.	0.9 pt.
-----	-----------------------	---------

식 (1)과 식 (2)를 풀기 위해서는 $\rho(\vec{x})/c^2 = w\rho(\vec{x})$ 와 같이 압력과 말 사이의 관계식 $P = P(\rho)$ 를 가정해야 한다 또 하나의 허블 상수라고 불리는 $H = \dot{a}/a$ 인또다른 변수도 있다, 변수들이 현재값은 t_0 ρ_0 H_0 a_0 와 같이 아래 점자0으로 상 징적으로 표시한다~ 간단하게 하기 위하여 $a_0 = 1$ 으로 놓자.

우주는 상대론적인 입자들의 복사 방출을 만들어내는 폭발이라 불리는 대폭발로부터 시작되었다고 믿어집니다. 그와 같은 팽그동안 우주는 냉각되어 온도가 내려가고 내부의 입자들은 비상대론적으로 바뀐다 그러나, 최근의관측 결과는 현재 우주의 대부분 에너지 밀도가 일정하다는 것을 보여주고 있으며, 우주의 에너지가 광양자가 결정한다고 가정하면 광양자(광자)가 9L일 경우,우주가 팽창함에 따라 광양자의 파장은 적도 인자(5(곤곤 계수)011 비례하여 커집니다.

A.3	다음과 같은 세 경우에 대하여 w 값을 각각 결정하시오. (1) 우주가 오직 전자기복사 (즉, 광자) 에너지로만 채워져 있을 경우 (2) 우주가 비상대론적 입자(물질)로만 채워져 있을 경우 (3) 일정한 에너지 밀도를 가진 우주의 경우	0.9 pt.
-----	--	---------

A.4	$k=0$ 일 때, $A(t)$ 의 $t=0$ 에서의 값 A_0 를 구하시오. 이때, $A(t)$ 의 초기 조건을 이용하고 $A_0=1$ 을 이용하시기 바랍니다.	0.9pt.
-----	--	--------

식(1)의 상수 k 는 우주의 공간적인 기하학적 모양과 연관이 있다. $k=+1$ 은 양의 곡률의 우주(닫혀있는), $k=0$ 은 평평한 우주(무한한), $k=-1$ 은 음의 곡률의 무한대가 된다. $\rho c^2 = \frac{3}{8\pi G} H^2$ 을 임계 에너지 밀도라고 하면, 밀도비율을 $\Omega = \rho/\rho_c$ 로써 정의할 수 있다. A_1 은 문제 A.1로 부터 구한 값이다.

A.5	식 (1)의 k 를 Ω, H, R_0 로 나타내시오.	0.1pt.
	$k=+1, k=0, k=-1$ 각각에 해당하는 Ω 의 범위를 구하시오.	0.3 pt.

B. 잠자기 단계를 눌러야 하는 이유와 제반 조건

우주 배경복사(CMB, 우주 마이크로파 배경(background) 관측을 통해 현재의 우주가 평평하다는 것을 알 수 있었는데, 문제는 이것이 사실이라면 현재의 우주는 정확히 평평한 초기 우주에서 비롯되어야 하며, 그렇지 않다면 완전한 평평도에서 조금이라도 벗어나면 시간에 따라 증가하여 현재의 평평한 정도에서 크게 벗어나기 때문이다.

B.1	문제 A. 3에서 복사 에너지가 압도적인 우주와 비상대론적인 물질의 에너지가 압도적으로 우주의 에너지를 결정하는 경우 각각에 대해 시간의 함수로 $(\Omega(t)-1)$ 을 구하시오.	0.5pt.
-----	--	--------

이 문제를 해결하기 위해 우주는 초기에 일정한 에너지 밀도가 대부분인 기간이 있었고, 그 이후 에너지 밀도가 지수적으로 상승하는 급팽창이라 불리는 기간이 이어져야 합니다.

B.2	일정한 에너지 밀도가 우주를 압도하는 기간 동안 $(\Omega(t)-1)$ 을 시간의 함수로 나타내시오. 이때, $(\Omega(t)-1) \ll 1$ 이다.	0.3pt.
B.3	급팽창의 조건이 다음의 몇 가지 조건과 동등하다(등가)는 것을 보이시오: 음의 압력 (음압), 가속 팽창($\ddot{a} > 0$), 작아지는 허블 반지름($d(aH)^{-1}/dt < 0$)	0.9 pt.
B.4	허블 반지름이 작아지는 조건은 변수 $\epsilon = -\dot{H}/H^2$ 로 표현될 수 있음을 보이시오. 여기에서 $\epsilon < 1$ 이다.	0.2pt.

급팽창은 $\epsilon < 1$ 분 동안 일어나며, $\epsilon = 1$ 일 때 끝난다. $dN = d \ln a = H dt$ 일 때, 스칼라 필드 수 (전자 수) N

을 정의할 수 있으며 급팽창이 끝났을 때 $N \gg 1$ 이다.

C. 균일하게 분포한 입자들에 의해 발생하는 팽창

급팽창하는 기간을 만들어 내는 간단한 물리적 시스템의 하나의 예로, 균일하게 분포된 물질이 압도하는 우주를 들 수 있다.
이는 함수 $\phi(t)$ 로 특징지을 수 있다.

이러한 종류의 물질을 급팽창(inflation)이라고 부르고
이 물질의 동역학적 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -V', \quad (3)$$

여기에서 $V = V(\phi)$ 는 퍼텐셜 함수이고, $V' = \frac{\partial V}{\partial \phi}$ 이다. 허블 변수는 다음과 같은 식을 만족한다.

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\text{pl}}^2} (\dot{\phi}^2 + V). \quad (4)$$

여기에서는 플랑크 환산 질량이라고 한다. 식 (3)에서의 ϕ 항이 무시될 수 있는 충분한 시간 동안 퍼텐셜 에너지 V 가 운동에너지 $\dot{\phi}^2/2$ 보다 커져서 압도적인 에너지가 되고 이 동안에 급팽창이 일어납니다. 이러한 조건은 느린-롤 (슬로우 롤) 근사라고 불립니다.

과 $\epsilon_{\text{V}} = \delta + \epsilon$ 는 느린-롤 변수들로 불린다. 여기에서 $\delta = -\phi/(H\dot{\phi})$ 이다.

C.1	파라미터 $\epsilon, \eta, \nu, dN/d\phi$ 를 퍼텐셜 $V(\phi)$, 퍼텐셜의 1계, 2계 미분 $V', V''(\phi)$ 으로 나타내시오.	1.7 pt.
-----	---	---------

D. 어느 간단한 퍼텐셜의 경우의 급팽창

어떠한 팽창 모델의 예측도 우주배경복사(CMB)의 관측 값 (observational constraints)인 $n_s = 0.968 \pm 0.006, R < 0.12$ 과 비교되어야 한다. 여기에서 $r = 16\epsilon, n_s = 1 + \frac{2}{3} \frac{V'}{V} - 6\epsilon_n$ 은 물질 지배 팽창 모델의 ϕ -조건에서 계산된 것이다. 이 때 물질의 퍼텐셜로 간단하게 $V(\phi) = \frac{4}{3} \frac{\phi^2}{(M_{pl})^2}$ 을 취한다. 여기에서 n 은 어떤 정수이고, ϵ 은 상수이다.

D.1	급팽창이 끝났을 때 ϕ_{end} 를 구하시오.	0.5 pt.
D.2	r 과 n_s 를 e-폴딩 수 N 과 정수 n 으로 나타내시오. r 과 n_s 가 관측값과 N 가장 가까워지는 조건을 찾아 추정하시오. 계산할 때, $M_{pl} = 60$ 으로 놓으시오.	0.9 pt.