

LIGO-GW150914 ()

2015년, 중력파 관측소 LIGO는 중력파(GW)가 지구를 통과하는 것을 감지했습니다. GW150914로 명명된 이 사건은 준원형 궤도를 돌고 있던 두 개의 블랙홀이 생성한 파동에 의해 촉발되었습니다. 이 문제를 통해 감지된 신호의 특성으로부터 시스템의 일부 물리적 파라미터를 추정할 수 있습니다.

- A.1** 질량 M_1, M_2 , 위치에 $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ 인 두 개의 별이 있는 시스템을 생각해 보겠습니다. 즉, 시스템의 질량 중심을 기준으로 합니다. 1.0pt

$$M_1 \vec{r}_1 + M_2 \vec{r}_2 = 0. \quad (1)$$

별들은 우주의 나머지 부분으로부터 고립되어 있으며 비상대론적 속도. 뉴턴의 법칙을 사용하여 가속도 벡터를 계산합니다. M 는 다음과 같이 표현할

$$\frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = -\alpha \frac{\vec{r}_1}{r_1^3} \quad (2)$$

여기서 $\tau_1 = |\vec{r}_1|, \tau_2 = |\vec{r}_2|$. $n \in \mathbb{A}$ 및 $\alpha = \alpha(G, M_1, M_2)$, 여기서 G 뉴턴의 법칙입니다. 상수 [$G \approx 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$].

- A.2** 원형 궤도에서 2질량계의 총 에너지는 다음과 같이 표현할 수 있습니다: 1.0pt

$$E = A(\mu, \Lambda, L) - G \frac{M \mu}{L}, \quad (3)$$

어디

$$\mu \equiv \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}, \quad M \equiv M_1 + M_2, \quad (4)$$

는 시스템의 환원 질량과 총 질량이고 Λ 은 각 질량과 L 는 총 분리 $L = \tau_1 + \tau_2$ 의 명시적 형식을 얻습니다. $A(\mu, \Lambda, L)$ 라는 용어입니다.

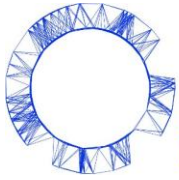
- A.3** 방정식 3은 $E = \beta G \frac{M \mu}{L}$ 으로 단순화할 수 있습니다. 수 결정 β 1.0pt

파트 A: 뉴턴(보수적) 궤도(3.0점)

파트 B: 상대주의적 소산 소개(7.0점)

올바른 중력 이론인 일반 상대성 이론은 1915년 아인슈타인에 의해 공식화되었으며, 중력은 빛의 속도로 이동한다고 예측합니다. 상호작용에 대한 정보를 전달하는 메신저를 GW라고 합니다. GW는 질량이 가속될 때마다 방출되어 질량계가 에너지를 잃게 만듭니다.

우주의 나머지 부분으로부터 고립된 두 개의 점과 같은 입자로 이루어진 시스템을 생각해 보세요. 아인슈타인은 충분히 작은 속도의 경우 방출되는 GW가 다음과 같다는 것을 증명했습니다: 1) 궤도 주파수보다 두 배 큰 주파수를 가지며, 2) 광도, 즉 방출된 전력으로 특징 지을 수 있으며, 이는 아인슈타인에 의해 지배됩니다.



4중극 공식,

$$P = \frac{G}{5c^5} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{D^3 Q_{ij}}{dt^3} \right) \left(\frac{D^3 Q_{ij}}{dt^3} \right). \quad (5)$$

여기서 c 는 빛의 속도 $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 입니다. x -에서 궤도를 도는 2개의 점과 같은 입자로 구성된 시스템의 경우 y 평면, Q_{ij} 는 다음 표입니다 (ij 행/열 번호에 레이블 지정).

$$Q_{11} = \sum_{A=1}^M \frac{1}{3} (2x_A^2 - y_A^2), \quad Q_{22} = \sum_{A=1}^M \frac{1}{3} (2y_A^2 - x_A^2), \quad Q_{33} = -\sum_{A=1}^M \frac{1}{3} (x_A^2 + y_A^2), \quad (6)$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \sum_{A=1}^M x_A y_A, \quad (7)$$

및 $Q_{ij}=0$ 입니다. 여기서 (x_A, y_A) 는 질량 중심 프레임에서 질량 A 의 위치입니다.

- B.1** A.2에 설명된 원형 궤도의 경우 Q_{ij} 의 구성 요소는 다음과 같이 표현할 수 있습니다. 1.0pt
시간의 함수로 t as:

$$Q_{ii} = \frac{\mu L}{2} (2(a_i^2 + b_i^2 \cos^2 kt)), \quad Q_{ij}^{i \neq j} = \frac{\mu L}{2} c_{ij} \cos kt. \quad (8)$$

Λ 및 상수 a, b, c_{ij} 의 숫자 값으로 k 을 결정합니다.

- B.2** 해당 시스템에서 중력으로 방출되는 힘 P 을 계산하고, obtain: 1.0pt

$$P = \xi \frac{G}{5c^5} \mu^2 L^4 \Lambda^6. \quad (9)$$

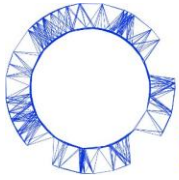
ξ 번호는 무엇인가요? [ξ 를 구할 수 없는 경우 $\xi=6.4$ 를.]

- B.3** GW 방출이 없는 경우 두 질량은 고정된 원형 궤도를 돌게 됩니다. 1.0pt

를 사용하여 더 작은 원형 궤도를 향해 천천히 진화하도록 합니다. 다음과 같은 비율을 궤도 각속도의 변경 $\frac{d\Lambda}{dt}$ 는 다음과 같은 형식을 취합니다.

$$\left(\frac{d\Lambda}{dt} \right)^3 = (3\xi)^3 \frac{\Lambda^{11}}{c^{15}} (GM_c)^5, \quad (10)$$

여기서 M 을 *쳐프 질량* 이라고 합니다. M 과 μ 의 함수로 M 을 구합니다. 이 질량은 궤도 붕괴 중 주파수의 증가를 결정합니다. ["쳐프"라는 이름은 작은 새가 내는 고음(주파수 증가)에서 영감을 얻었습니다.]



- B.4** 위에 제공된 정보를 사용하여 궤도 각속도 $\dot{\Gamma}$ 다음과 연관시킵니다.
GW 주파수 f_{GW} . 원할한 함수를 위해 $\Gamma(t)$ 및 $a \neq 1$,

2.0pt

$$\frac{d\Gamma(t)}{dt} = \chi \Gamma(t)^{-a} \Rightarrow \Gamma(t)^{1-a} = \chi(1-a)(t-t_0), \quad (11)$$

여기서 χ 은 상수이고 t 은 적분 상수이며, (10)은 다음을 의미함을 보여줍니다.
GW 주파수는

$$f_{\text{GW}}^{-8/3} = \frac{8}{3} \chi \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{(2/3)+p} (t(0)-t)^{2-p} \quad (12)$$

상수를 결정합니다. p

2015년 9월 14일, 길이가 각각 4km인 두 개의 L자형 팔로 구성된 GW150914가 LIGO 검출기에 의해 등록되었습니다. 이 팔은 그림 1에 따라 상대적인 길이가 변경되었습니다. 검출기의 팔은 지나가는 중력파에 선형적으로 반응하며, 그 반응 패턴은 중력파를 모방합니다. 이 파동은 준원형 궤도를 도는 두 개의 블랙홀에 의해 생성되었으며, 중력 복사에 의한 에너지 손실로 인해 궤도가 축소되고 결국 블랙홀이 충돌하게 됩니다. 충돌 지점은 대략 그림 1의 D 지점 뒤 신호의 피크에 해당합니다.

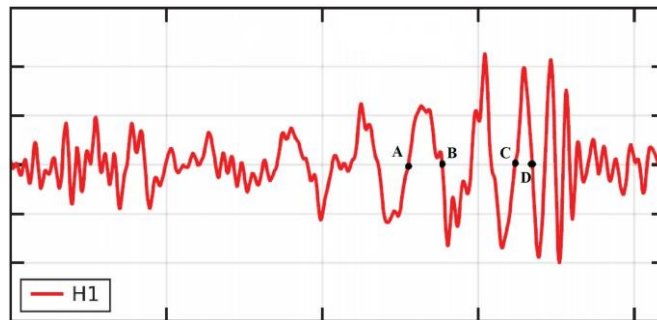


그림 1. LIGO 검출기 H1에서의 변형, 즉 각 팔의 상대적인 크기 변화. 가로축은 시간이며, 점 A, B, C, D는 다음에 해당합니다.

$t = 0.000, 0.009, 0.034, 0.040$

- B.5** 그림에서 $f_{\text{GW}}(t)$ 를 다음에서 추정합니다

1.0pt

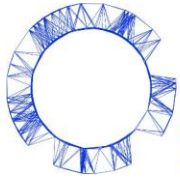
$$t_{\text{ab}} = \frac{t_b + t_a}{2} \quad \text{그리} \quad t_{\text{cd}} = \frac{t_d + t_c}{2} \quad (13)$$

(12)가 충돌까지 계속 유효하다고 가정하면 (엄밀히 말하면 가 참이 아닌 경우), 두 물체의 질량이 같다면 처프 질량을 추정합니다, M_c , 그리고 태양 질량 측면에서 시스템의 총 질량 $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{30} \text{kg}$.

- B.6** t_{CD} 에서 두 물체 사이의 최소 궤도 간격을 추정합니다. 따라서 각 객체의 최대 크기를 추정합니다. R_{max} , $R_{\odot} / R_{\text{(max)}}$ 를 구하여 비교합니다. 이 크기와 우리 태양의 반지름($R \approx 7 \times 10^5 \text{km}$)을 비교합니다. 궤도도 추정합니다.의 선형 속도(v)를 빛의 속도와 비교합니다. v_{col}/c .

1.0pt

이론

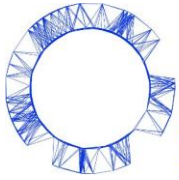


IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q1-4

영어(공식)

실제로 매우 빠르게 움직이는 초소형 물체라는 결론을 내릴 수 있습니다!



중성미자는 어디에 있나요? ()

LHC(대형 강입자 충돌기)에서 두 개의 양성자가 매우 높은 에너지로 충돌하면 충돌의 결과로 전자, 뮤온, 중성미자, 쿼크 및 각각의 반입자와 같은 여러 입자가 생성될 수 있습니다. 이러한 입자의 대부분은 충돌 지점을 둘러싼 입자 탐지기로 감지할 수 있습니다. 예를 들어 쿼크는 '제트'라고 불리는 아원자 입자의 소나기가 되는 *하드론화*라는 과정을 거칩니다. 또한 검출기에 존재하는 높은 자기장은 매우 에너지가 높은 하전 입자라도 그 운동량을 측정할 수 있을 만큼 충분히 구부러지게 합니다. ATLAS 검출기는 충돌 지점을 둘러싼 검출기 내부에 일정하고 균일한 2.00테슬라의 자기장을 생성하는 초전도 솔레노이드 시스템을 사용합니다. 모멘타가 특정 값 이하인 하전 입자는 너무 강하게 휘어져 자기장에서 반복적으로 반복되어 측정되지 않을 가능성이 높습니다. 중성미자는 그 특성상 상호 작용하지 않고 검출기를 빠져나가므로 전혀 검출되지 않습니다.

데이터: 전자 휴식 질량, $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; 기본 전하, $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$; 광속, $c = 3.00 \times$

10^8 m s^{-1} ; 진공 투과도, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$

- A.1** 의 원형 궤적의 사이클로트론 반경, r 에 대한 식을 유도합니다. 0.5pt
전자는 속도에 수직인 자기력에 의해 작용하고, 전자는 속도에 수직인 자기력에 의해 운동 에너지, K , 전하 계수, e , 질량의 함수로 해당 반경을 누릅니다, m 와 자기장, B . 전자가 비상대주의 고전적인 파티클입

파트 A. ATLAS 검출기 물리학(4.0점)

ATLAS 검출기 내부에서 생성된 전자는 상대론적으로 처리되어야 합니다. 그러나 사이클로트론 반경에 대한 공식은 상대론적 운동량을 고려할 때 상대론적 운동에도 적용됩니다.

- A.2** 전자가 다음을 수행할 수 있는 전자의 운동량의 최소값을 계산합니다. 검출
기의 내부에서 방사형 방향으로 0.5pt를 빠져나갈 수 있는 최소값을 계산합니다. 안쪽 부분은 는 정확히 원통의 중앙에 있는 충돌 지점에서 생성됩니다. Express
MeV/c 에서 답변을
보내주세요

속도에 수직으로 가속될 때, 전하와 나머지 질량을 가진 상대론적 입자들은 e m 은 싱크로트론 복사라고 하는 전자기 방사선을 방출합니다. 방출되는 전력은 다음과 같습니다.

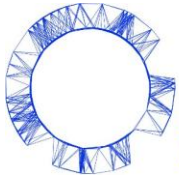
$$P = \frac{ea^2 \gamma^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

여기서 a 은 가속도이고 $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ 입니다.

- A.3** 입자의 속도가 빛의 속도에 매우 근접한 경우를 초상대론적 입자라고 합니다. 1.0pt
빛의 속도에 매우 근접할 때 초상대론 입자라고 합니다. 초상대론 입자의 경우 방출되는 힘은

$$P = \xi \frac{e^4}{\epsilon_0 m^k c^n} E^2 B^2,$$

여기서 ξ 은 실수, n, k 은 정수, E 은 하전된 파의 에너지입니다.
티클, B 은 자기장입니다. ξ, n 및 k 을 참조하세요.



A.4 초상대론적 한계에서 시간의 함수로서의 전자의 에너지는 다음과 같습니다:

1.0pt

$$E(t) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \alpha^2}}$$

여기서 E_0 은 전자의 초기 에너지입니다. $e, \dots, cB\epsilon_0$ 의 함수로 α 찾기 및 m

A.5 반경 방향을 따라 충돌 지점에서 생성된 전자를 생각해봅시다. 100 GeV의 에너지를 가진 0.5pt. 전자가 검출기 내부를 빠져나갈 때까지 싱크로트론 방사선으로 인해 손실되는 에너지의 양을 추정하는 것은? MeV로 답을 표현하세요.

100

A.6 전자의 사이클로트론 주파수에 대한 식을 다음의 함수로 구합니다.

초상

파트 B. 중성미자 찾기(6.0점)

그림 1에 표시된 두 양성자 사이의 충돌은 상단 쿼크 (u)와

지금까지 발견된 가장 무거운 소립자 입자인 반정상 쿼크($\bar{t}$). 최상위 쿼크는 W^+ 보손과 바닥 쿼크 (b), 반-상위 쿼크는 W^- 보손과 반-하위 쿼크로 붕괴됩니다.

($b\bar{b}$). 그림 1에 표시된 경우, W^+ 보손은 반뮤온(μ^+)과 중성미자(ν)로 붕괴합니다. W^- 보손은 쿼크와 반쿼크로 붕괴합니다. 이 문제의 과제는 전체 쿼크 보손을 재구성하는 것입니다.

검출된 일부 입자의 운동량을 사용하여 중성미자의 운동량을 계산합니다. **간단히 설명하기 위해 이 문제에서 최상위 쿼크와 $W^\pm$ 보손을 제외한 모든 입자와 제트는 질량이 없는 것으로 간주합니다.**

최고 쿼크 붕괴 생성물의 모멘타는 실험에서 결정할 수 있습니다 (표 참조), 검출기에 의해 포착 된 최종 상태 (x -축)을 따라 중성미자 운동량 성분을 제외합니다. 의 총 선형 운동량은

입자는 횡단면 (xy 평면)에서만 0입니다. 충돌선(x -축). 따라서 중성미자의 횡방향 운동량은 다음과 같이 횡단면에서 모멘텀을 놓쳤습니다.

2015년 6월 4일, LHC의 ATLAS 실험에서 그림 1에 표시된 것과 같은 양성자-양성자 충돌이 00:21:24 GMT+1에 기록되었습니다.

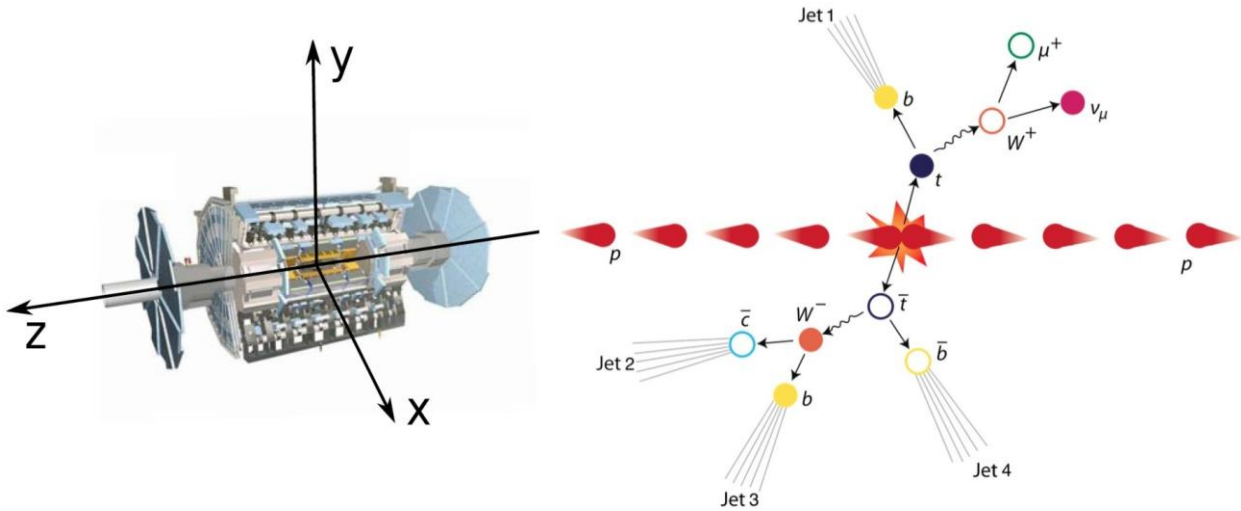
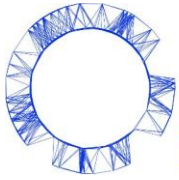


그림 1. ATLAS 검출기 좌표계(왼쪽)와 양성자-양성자 충돌(오른쪽)의 도식적 표현.

중성미자를 포함한 최상위 쿼크 붕괴에서 나오는 세 가지 최종 상태 입자의 선형 모멘타는 각 구성 요소에 대해 아래에 나와 있습니다.

파티클	p_x (GeV/)c	p_y (GeV/)c	p_z (GeV/)c
안티 뮤온 (μ^+)	-24.2	-50.9	+94.1
제트 1 (J_1)	-104.1	+5.3	
중성미자 (ν)			---

- B.1** W^+ 보손 질량(m)의 측정을 위한 공식과 제트된 반중성미자와 반중성미자 운동량 성분을 구하십시오. 중성미자와 반중성미자 가로 운동량으로 답을 표현하십시오. 1.5pt

$$\vec{p}_T^{(\nu)} = p_x^{(\nu)} \hat{i} + p_y^{(\nu)} \hat{j} \text{ and } \vec{p}_T^{(\mu)} = p_x^{(\mu)} \hat{i} + p_y^{(\mu)} \hat{j}$$

와 그 x -축 모멘텀 구성 요소인 $p_x^{(\mu)}$ 및 $p_x^{(\nu)}$.

- B.2** $m_W = 80.4 \text{ GeV}/c^2$ 의 W^+ 보손 질량을 가정하면 다음과 같이 두 가지 가능한 소를 계산할 수 있습니다. 축을 따라 중성미자 운동량에 대한 솔루션 x -축 $p_x^{(\nu)}$. 답을 표현하세요. 1.5pt

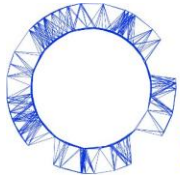
GeV/c

- B.3** 앞의 두 솔루션 각각에 대한 최고 쿼크 질량을 계산합니다. Ex- 2 1.0pt

[B.2에서 두 가지 솔루션을 얻지 못한 경우 다음을

$$p_x^{(\nu)} = 70 \text{ GeV}/c \text{ 및 } p_x^{(\mu)} = -180 \text{ GeV}/c$$

이론

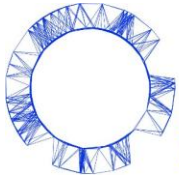


IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q2-4

영어(공식)

최상위 쿼크 질량 측정을 위한 정규화된 충돌 이벤트 수(결정된 대로)



실험에서), 소위 "신호"(상위 쿼크의 붕괴에 해당)와 "배경"(상위 쿼크를 포함하지 않는 다른 과정의 이벤트에 해당)이라는 두 가지 구성 요소가 있습니다. 실험 데이터에는 두 가지 과정이 모두 포함됩니다(그림 2 참조).

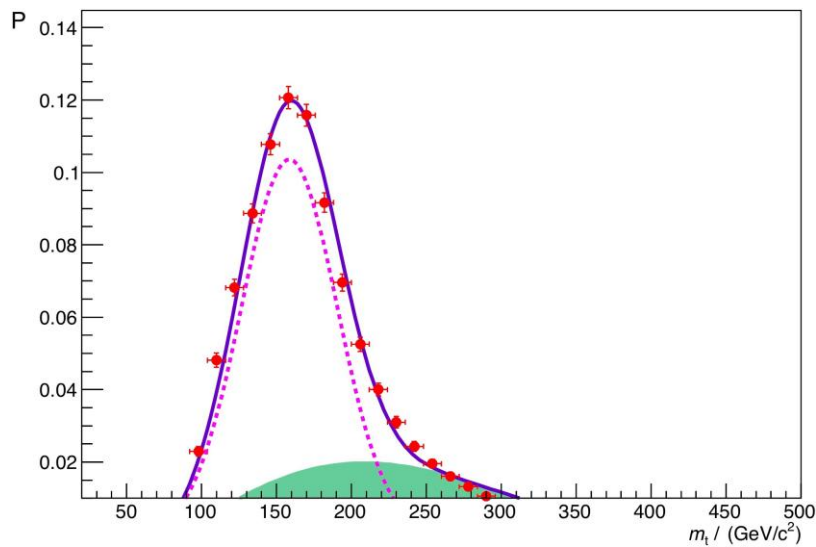
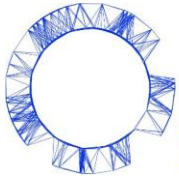


그림 2. 실험에서 결정된 최고 쿼크 질량 분포, 즉 최고 쿼크 질량에 대해 정규화된 이벤트 수를 플롯한 것입니다. 점들은 데이터에 해당합니다. 점선은 '신호'에 해당하고 음영은 '배경'에 해당합니다.

B.4 최고 쿼크 질량 분포에 따르면, 앞의 두 가지 솔루션 중 솔루션 중 어느 옳을 가능성이 더 높을까요? 의 확률을 추정합니다. 가장 가능성이 높은 솔루션입니다. 1.0pt

B.5 붕괴하기 전에 최상위 쿼크가 이동한 거리를 계산합니다. 가장 가능성이 높은 해결책입니다. 최상위 쿼크의 평균 수명이 $5 \times 10^{-25} \text{s}$. 1.0pt



라이브 시스템의 물리학()

데이터: 정상 대기압, $P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$

파트 A. 혈류의 물리학(4.5점)

이 부분에서는 혈관의 혈류에 대한 두 가지 단순화된 모델을 분석합니다.

혈관은 대략 원통형이며, 단단한 실린더에서 비압축성 유체의 안정적이고 난류가 없는 흐름의 경우 실린더의 두 끝에서 유체의 압력 차이는 다음과 같이 주어지는 것으로 알려져 있습니다.

$$\Delta P = \frac{8L\eta}{\pi r^4} Q, \quad (1)$$

여기서 L 와 r 는 실린더의 길이와 반경이고, 유체 점도는 유체 점성이며, 체적 유량, 즉 단위 시간당 실린더 단면을 통과하는 유체 부피입니다. 이 표현은 맥동성 흐름, 용기의 압축성 및 불규칙한 모양, 혈액이 단순한 유체가 아니라 세포와 혈장이 혼합되어 있다는 사실을 고려하지 않더라도 용기의 압력 차이에 대한 정확한 크기를 제공할 수 있는 경우가 많습니다. 또한 이 식은 옴의 법칙과 같은 형태로 체적 유량은 전류로, 압력의 차이는 전압으로, 계수 $\frac{8L\eta}{\pi r^4}$ 는 저항으로 해석할 수 있습니다.

예를 들어 조직의 모세혈관층으로 혈액을 전달하는 그림 1에 표시된 세동맥(작은 동맥)의 대칭적인 네트워크를 생각해 보세요. 이 네트워크에서 각 분기점에서 혈관은 두 개의 동일한 혈관으로 나뉩니다. 그러나 상위 레벨의 혈관은 더 얇고 짧습니다. 연속된 두 레벨(i 및 $i+1$)의 혈관 반경과 길이가 r_i 와 r_{i+1} 그리고 L_i 와 L_{i+1} 로 다음과 같이 관련되어 있다고 생각해 보십시오.

$r_{i+1} = r_i/2$
 $L_{i+1} = L_i/2$

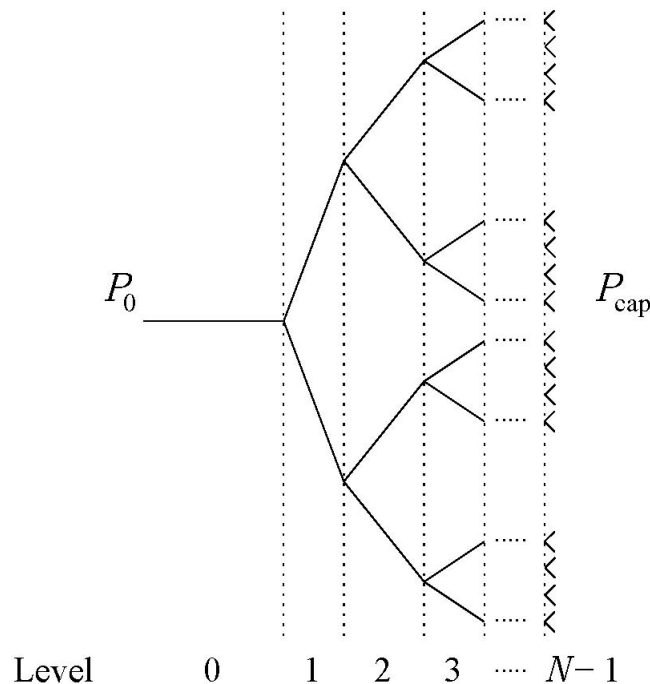
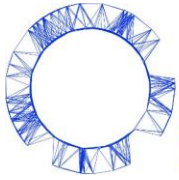


그림 1. 세동맥 네트워크.



- A.1** 모든 레벨의 용기에서 체적 (Q_i)에 대한 식을 구합니다, i 총 레벨 수 N , 점도 η , 반경 $\tau_{(0)}$ 의 함수입니다. 1.3pt
와 첫 번째 용기의 길이 l_0 , $\Delta P = P_0 - P_{\text{cap}}$ 사이의 차이점
레벨 0에서 동맥의 압력, P_0 , 모세혈관 층의 압력입니다,
 P_{cap} .

- A.2** 세 동맥의 체적 유량 $Q_{(0)}$ 의 수치 값을 계산합니다. 0.5pt
레벨 0에서 반경이 6.0×10^{-5} m이고 길이가 2.0×10^{-3} m. 고려 사항
동맥 입구의 압력이 55mmHg이고 혈관 네트워크의 압력이
 $N=$ 이 동맥을 모세혈관 층에 30mmHg의 압력으로 연결하는 6단계.
혈액 점도가 $\eta = 3.5 \times 10^{-3}$ kg m⁻¹ s⁻¹이라고 가정해 보십시오. . 당신의
결과를 ml/h로

LCR 회로로서의 혈관

딱딱한 원통형 혈관의 근사치는 여러 가지 이유로 부족합니다. 시간에 따른 유량을 포함하고 심장이 혈액을 펌프질하는 주기 동안 압력이 변할 때 발생하는 혈관 직경의 변화를 고려하는 것이 특히 . 또한 큰 혈관에서는 한 주기 동안 혈압이 크게 변하는 반면 작은 혈관에서는 압력 진동의 진폭이 훨씬 작고 흐름이 거의 시간에 독립적이라는 것이 관찰됩니다.

하나의 탄성 용기에서 압력이 증가하면 용기의 직경이 증가하여 용기에 더 많은 유체를 저장하고 압력이 떨어질 때 전달할 수 있습니다. 이러한 이유로 초기 설명에 커패시터를 추가하여 용기의 탄성 거동을 시뮬레이션할 수 있습니다. 또한 시간에 따른 혈류량을 고려할 때는 밀도에 비례하는 유체의 관성을 고려해야 합니다. $^3\text{kg m}^{-3}$. 이 관성은 모델에서 인덕터로 $p = 1.05 \times 10^3$ kg m⁻³로 설명할 수 있습니다. 그림 2는 이 모델에서 단일 용기에 대한 등가 회로를 나타냅니다. 등가 커패시턴스와 인덕턴스는 다음과 같습니다.

$$C = \frac{3 \ln \tau(3)}{2 E h} \quad \text{및} \quad L = \frac{49 l \rho}{\pi \tau^2} \quad (2)$$

각각 혈관벽의 너비, h 는 동맥 영 계수(힘이 가해질 때 혈관 조직의 크기 변화를 설명하는 계수)입니다. 영 계수는 압력 단위가 있으며 다음과 같은 순서로 표시됩니다. 세 동맥의 경우 MPa.
 $E = 0.06$

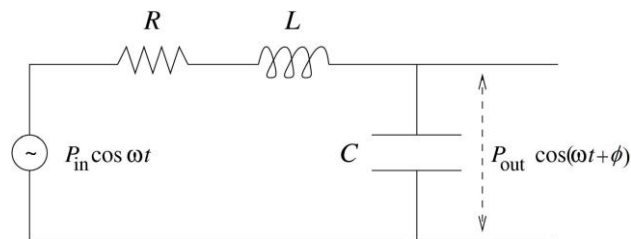
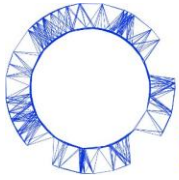


그림 2. 단일 선박에 대한 등가 전기 회로.



- A.3** 정지 상태에서 용기 배출구에서 압력 진폭을 구합니다, 2.0pt
 P_{out} 를 압력 진폭의 함수로 표시합니다. 입구에서 P , 동등한 재
 저항, R , 인덕턴스 L 및 커패시턴스, C , 각 주파수를 갖는 흐름의 경우
 $m, \eta, \rho E, h, \tau$ 및 l 사이에 조건을 설정하여 낮은 주파수의 경우,
 배출구에서의 압력 진폭이 P_{in} 보다 작습니다.

- A.4** **A.2**의 혈관 네트워크의 경우 최대 동맥 벽 두께를 추정합니다. 0.7pt
 h 가 **A.3**에서 설정된 조건이 만족되도록 (h 가 레벨
 독립).

파트 B. 종양 성장(5.5점)

종양 성장은 세포 증식 및 자연 선택과 같은 생물학적 메커니즘이 물리학에 얽혀 있는 매우 복잡한 과정입니다. 이 문제에서는 고형 종양에서 흔히 관찰되는 압력 증가를 다루는 종양 성장의 단순화된 모델을 고려할 것입니다.

확장 불가능한 기저막으로 둘러싸인 조직을 형성하는 정상 세포 그룹을 생각해 보면 조직은 항상 동일한 형태, 즉 반경이 R (그림 3)인 구를 유지해야 합니다.

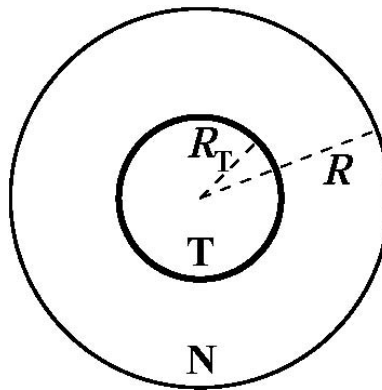


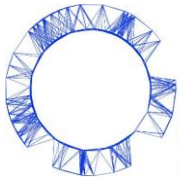
그림 3. 단순화된 종양.

처음에는 조직에 잔류 응력이 없습니다. 즉, 모든 지점의 압력이 대기압과 동일합니다.

에서 종양은 이 구의 중심에서 자라기 시작하고, 종양이 자라면서 조직 내부의 압력이 증가합니다. 두 조직(정상, N 및 종양, T)은 모두 압축 가능하므로 밀도인 ρ_N 및 ρ_T 는 압력에 따라 선형적으로 증가한다고 가정합니다:

$$\rho_N = \rho_0 \left(1 + \frac{p}{K_N} \right), \quad \rho_T = \rho_0 \left(1 + \frac{p}{K_T} \right), \quad (3)$$

여기서 ρ_0 은 나머지 조직 밀도, $\frac{p}{K}$ 대기압과의 압력 차이, K_N (K_T)는 각각 정상 조직과 종양 조직의 압축성 계수(벌크 계수)입니다. 일반적으로 종양은 더 뻣뻣하기 때문에 벌크 계수가 더 높습니다.



- B.1** 종양이 성장하는 동안 정상 세포의 질량은 변하지 않습니다. 획득 종양 부피와 전체 조직 부피 사이의 비율, $v=V_T/V$, 종양 덩어리($M(T)$)와 정상 조직 사이의 비율의 함수입니다. 질량($M(N)$), $\mu=M_T/M(N)$ 및 벌크 모듈의 비율, $n=K_N/K(T)$.

1.0pt

영어(공식)

온열요법은 때때로 화학 요법 및 방사선 요법과 함께 암 치료에 사용됩니다. 온열요법에서는 암세포를 정상 체온인 37°C에서 43°C 이상의 온도까지 선택적으로 가열하여 암세포의 사멸을 유도합니다. 현재 연구진은 종양 세포와 결합할 수 있는 특수 단백질로 덮인 탄소 나노튜브를 개발하고 있습니다. 조직에 근적외선을 조사하면 나노튜브는 주변 조직보다 훨씬 더 많은 양의 근적외선을 흡수하므로 나노튜브가 부착된 종양 세포뿐만 아니라 선택적으로 가열할 수 있습니다.

종양, 정상 세포 및 주변 조직은 일정한 열 전도율을 가지고 있다고 생각하십시오. $tivityk$, 즉 이 문제의 기하학에서 반경 r 당 구면을 가로지르는 에너지는

단위 시간 및 단위 면적당 온도 미분은 r 에 대한 온도 미분의 k 배와 같습니다. 나노튜브는 종양 부피에 균일하게 분포되어 있으며 P 의 열을 전달할 수 있습니다.

단위 부피당 에너지. 온도가 종양에서 아주 멀리 떨어진 사람의 정상 체온과 같다고 가정합니다.

- B.2** 정지 상태의 경우 종양 중앙의 온도를 다음과 같이 구합니다.의 함수, P, k , 인체 온도 및 종양 반경 R_T .

1.7pt

- B.3** 모든 종양을 가열하는 데 필요한 단위 부피당 최소 전력, $P_{\text{분}}$ 을 구합니다. 종양의 세포 반경이 5.0cm인 경우 43.0°C보다 큰 온도로 가져옵니다. 조직의 열 전도도를 $k=0.60 \text{ W K}^{-1}\text{m}^{-1}$ 과 같도록 설정합니다.

0.5pt

종양이 질문 A.1과 같이 가지 구조의 혈관 네트워크에 의해 관개된다고 가정합니다. 이러한 혈관의 반경은 소량씩 종양이 성장함에 따라 종양의 압력 p 이 가장 얇은 혈관의 압력 $P_{\text{개}}$ 보다 커지게 됩니다, 감소합니다 $\delta\tau$. 이 압력이 임계값 p_c 에 도달하면 종양에 대한 관개가 심각해집니다. 압력과 반경 변화는 다음과 ($\delta\tau_c$)의 반경 감소에 해당), 가장 얇은 혈관이 붕괴되어 손상될 수 있습니다. 같이 연관될 수 있습니다.

현상학적 관계:

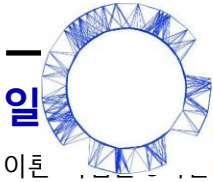
$$\frac{p}{P_{\text{cap}}} - 1 = \left(\frac{p_c}{P_{\text{cap}}} - 1 \right) \left(2 - \frac{\delta\tau}{\delta\tau_c} \right) \frac{\delta\tau}{\delta\tau_c} \cdot \frac{1}{c} \quad (4)$$

종양의 압력이 증가하면 가장 작은 혈관($N-1$)의 가장 작은 혈관만 종양이 압력을 증가시키면 반경이

- B.4** 선형 체제에서 (즉, $p-P_{\text{개}}$ 이 매우 작다고 가정할 때), 상대값을 표현합니다. 이 가장 얇은 혈관에서 유량, $\delta \frac{Q_{N-1}}{Q_N}$ 이 감소하는 것은 종양 부피 비율 $v=V_T/V^{(T)}$ 및 K_N , Np_c , $\delta\tau_c$, τ_{N-1} , P_{cap} .

2.3pt

변경됩니다.



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

점 (30 점)

이론 시험은 총 30점입니다.

시험 시작 전

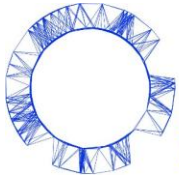
- 시험 시작을 알리는 신호 벨이 울리기 전에 문제가 들어 있는 봉투를 열어서는 안 됩니다.
- 이론 시험의 시작과 끝은 벨소리로 안내됩니다. 매 시간마다 경과된 시간이 안내되며, 이론 시험의 종료를 알리는 벨 소리가 울리기 15분 전에도 안내됩니다.

시험 응시 중

- 답안을 쓰는 전용 답안지가 각 문제당 제공됩니다. 각 문제 번호와 일치하는 답안지(A 로 표시됨)의 해당 표와 상 자, 그래프에 측정 결과를 적습니다. 각 문제에 여분의 빈 계산용지 (W 로 표시됨)가 제공됩니다. 현재 풀고 있는 문제 번호와 풀이 과정을 작성하는 계산용지가 맞는지 확인하십시오. (상단의 문제 번호를 확인하십시오.) 어느 계산용지도 쓴 것 중 채점이 되지 않기를 원하는 것은 X 표시를 하십시오. 각 계산용지의 앞면만 활용하시기 바랍니다.
- 풀이 과정을 작성할 때 최대한 간결하게 작성하십시오: 방정식을 사용하거나, 논리 연산자를 사용하고, 생각하는 내용을 간단하게 작성하십시오. 긴 문장을 쓰는 것은 피한다.
- 숫자를 표시할 때는 정확한 유효 숫자의 개수를 지정해야 합니다.
- 전 단계의 문제를 풀지 않았더라도 다음 단계의 문제를 풀 수도 있습니다.
- 허가 없이 시험장을 벗어날 수 없습니다. 도움이 필요한 경우(마실 물을 보충할 경우, 계산기 고장, 화장실 방문이 필요한 경우 등), 세 개의 깃발 중 하나를 사용하여 감독관에게 알려 주시기 바랍니다: " H_2O ": 마실 물을 보충하고자 합니다. "화장실"화장실에 가려고 합니다. "도움!": 그 외의 도움이 필요합니다. 계산 용지 또는 그래프 용지가 더 필요한 경우 "Help!" 깃발을 들어주세요.

시험 종료 후

- 시험이 종료되는 즉시 답안 작성을 중지해야 합니다.
- 각 문제에 대해 작성한 용지의 순서를 정렬합니다. 순서는 다음과 같습니다: 겹장(표지, C), 문제지(문제, Q), 답안지(답안지, A), 계산용지(워크시트, W)
- 한 문제에 해당하는 모든 계산용지는 해당 문제의 봉투에 함께 넣으세요. 일반 지시사항(G)은 남은 봉투에 따로 넣으세요. 또한, 사용하지 않은 빈 종이도 제출하세요. 어떤 종이도 시험장 밖으로 가지고 나갈 수 없습니다.
- 봉투가 수거될 때까지 책상에서 대기하십시오. 봉투가 수거되면 감독관이 시험장 밖으로 안내해 줄 것입니다. 필기 도구 가방을 가져가세요. 필기구 (볼펜 1 자루, 연필 1 자루, 자 1 개, 지우개/연필깎이 1 개)와 제공된 계산기, 물병을 가져가세요.



LIGO-GW150914 (10 점)

2015 년, 중력파 관측소 LIGO 에서 지구를 통과하는 중력파 (중력파, GW)를 처음으로 검출했습니다. GW150914 라는 이름이 붙은 이 이벤트는 준원형 궤도 (준원형)를 도는 두 개의 블랙홀이 만드는 중력파에 의해 발생 (트리거)되었습니다. 이 문제에서는 검출된 중력파 신호의 특성(속성)을 이용하여 계(시스템)의 물리적 변수들을 추정한다.

파트 A : 뉴턴역학에 따른 (에너지가 보존되는) 궤도 운동 (3.0점)

- A.1** 두 별의 질량이 M_1, M_2 이고, 계(시스템)의 질량중심으로부터의 위치가 각각 $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ 일 때 1.0pt
때, 다음 식이

$$M_1 \vec{r}_1 + M_2 \vec{r}_2 = 0. \quad (1)$$

두 별은 비상상적인 속도로 운동하고, 우주에서 두 별을 제외한 나머지 부분이 주는 영향은 무시합니다. 뉴턴 법칙을 사용하면 질량 $M_{(1)}$ 의 가속도 벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있습니다.

$$\frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = -\alpha \frac{\vec{r}_1}{r_1} \quad (2)$$

여기서, $r_1 = |\vec{r}_1|, r_2 = |\vec{r}_2|$. n 의 값을 구하고, α 을 $G, M_1, M_{(2)}$ 로 나타내시오.
 G 는 중력 상수입니다. [$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]입니다.

- A.2** 원형 궤도를 도는 두 물체 계(2-mass system)의 총 에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있습니다: 1.0pt

$$E = A(\mu, \Lambda, L) - G \frac{M \mu}{L} \quad (3)$$

여기,

$$\mu \equiv \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}, \quad M \equiv M_1 + M_2, \quad (4)$$

인데, 이는 각각 계의 환산 질량(환원 질량)과 총 질량(총 질량)입니다. Λ 는 질량 중심에 대한 물체의 각속도(), L 은 두 물체 사이의 거리로 $L = r_1 + r_2$ 이다. A 를 μ, Λ, L 로 표시하세요.

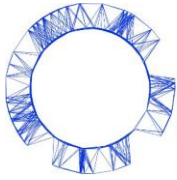
- A.3** 식 (3) 을 정리하면 $E = \beta G \frac{M \mu}{L}$ 로 나타낼 수 있습니다. β 의 값을 결정하시오. 1.0pt

파트 B: 상대론적 에너지 손실 도입하기 (7.0점)

1915년 아인슈타인은 중력에 대해 보다 정확한 이론인 일반 상대성 이론을 수립하면서 중력은 광속으로 전달된다고 예측하였습니다. 중력 상호 작용에 대한 정보를 담고 있는 전달자(메신저)를 중력파(GW)라고 부릅니다. 질량을 가진 물체가 가속되면 중력파가 방출되고, 질량계의 에너지가 감소합니다.

두 개의 점 입자(점과 같은 입자)로 구성된 고립계를 고려해 봅시다. 아인슈타인은 속도가 충분히 느린 경우

- 1) 방출된 중력파의 진동수는 궤도 진동수(궤도 주파수)의 ,
- 2) 중력파의 밝기(휘도), 즉 방출되는 일률 P 은 다음과 같이 아인슈타인의 사중극자 공식(4중극자 공식)입니다.



로 주어집니다.

$$P = \frac{G}{5c^5} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \right) \left(\frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \right). \quad (5)$$

여기서 c 는 $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 이다. x - y 평면에서 궤도를 도는 두 개의 점 입자 계에 대해 Q_{ij} 는 다음과 같습니다. (ij 는 행과 열을 의미합니다.)

$$Q_{11} = \sum_{A=1}^2 \frac{M_A}{3} (2x_A^2 - y_A^2), \quad Q_{22} = \sum_{A=1}^2 \frac{M_A}{3} (2y_A^2 - x_A^2), \quad Q_{33} = -\sum_{A=1}^2 \frac{M_A}{3} (x_A^2 + y_A^2), \quad (6)$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \sum_{A=1}^2 M_A x_A y_A, \quad (7)$$

위의 경우 $Q_{ij} = 0$ 입니다. 여기서 (x_A, y_A) 는 질량 중심 좌표계에서 질량 A 의 위치입니다.

B.1 A.2 에 언급된 원형 궤도에 대해 Q_{ij} 의 성분은 다음과 같이 시간 t 의 함수로 표현될 수 있습니다. 1.0pt

$$Q_{ii} = \frac{\mu L}{2} (a_i + b_i \cos kt), \quad Q_{ij}^{i \neq j} = \frac{\mu L}{2} c_{ij} \sin kt. \quad (8)$$

여기서 k 를 Λ 로 나타내고, 상수 a_i, b_i, c_{ij} 의 값을 모두 구합니다.

B.2 이 계에 대해 방출되는 중력파의 P 을 계산하여 다음이 성립함을 보이시오:

1.0pt

$$P = \xi \frac{G}{c^5} \mu^2 L^4 \Lambda^6. \quad (9)$$

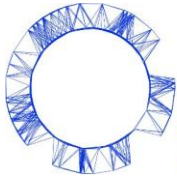
의 값을 구하시오. [귀하가 ξ 의 값을 구하지 못했다면, 이 뒤의 문제에서는 $\xi = 6.4$ 를 사용하시오.]

B.3 중력파가 방출되지 않는다면 두 별은 영원히 고정된 원형 궤도를 돌게 될 것입니다. 하지만, 중력파의 방출로 인해 계는 에너지를 조금씩 잃게 되고, 궤도의 크기는 점점 작아집니다. 궤도 각속도의 변화율 $\frac{d\Lambda}{dt}$ 이 다음과 같이 주어짐을 보여줍니다.

$$\left(\frac{d\Lambda}{dt} \right)^3 = (3\xi)^3 \frac{\Lambda^{11}}{c^{15}} (GM_c)^5, \quad (10)$$

M 은 처프 질량 (처프 질량)이라고 합니다. $MM\mu$ 의 함수로 나타내시오.

이 질량은 궤도가 줄어들수록 증가하는 소리를 내는 작은 재의 지저귐에서 유래했습니다.



B.4

위에 주어진 정보를 이용하여 궤도 Λ 와 중력파의 진동수 f_{GW} 사이의 관계를 구하시오.
오. $\Gamma(t)$ 가 부드럽게 변하는(smooth) 함수이고 $a \neq 1$ 이면 다음 식이 성립합니다.

2.0pt

$$\frac{d\Gamma(t)}{dt} = \chi \Gamma(t)^a \Rightarrow \Gamma(t)^{1-a} = \chi(1-a)(t-t_0), \quad (11)$$

χ 은 상수이고, t 은 적분상수입니다. 이를 이용하여 식 (10)으로부터 중력파의 진동을
주파수와 같이 주어지는 것을

$$f_{\text{GW}}^{-8/3} = \frac{8}{3} \chi \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{(2/3)+p} (t(0)-t)^{2-p} \quad (12)$$

그리고, 상수 p 의 값을 결정하시오.

2015년 9월 14일, GW150914 는 4km 길이의 팔 두 개로 구성된 L 자형 LIGO 검출기에 의해 검출되었습니다. 이 때 두 팔의 길이 차이는 그림 1 과 같이 변했습니다. 검출기의 팔은 이를 지나가는 중력파에 대해 선형적으로 반응하므로, 반응 패턴(response pattern)은 파동의 모습을 그대로 나타낸다. 이 중력파는 준-원형 궤도를 도는 두 개의 블랙홀에 의해 생성되었고, 중력파 방출에 의해 궤도가 줄어들면서 결국 두 블랙홀은 충돌하게 된다. 충돌 순간은 대략 그림 1의 D 점 이후에 위치한 신호의 최대점 부근입니다.

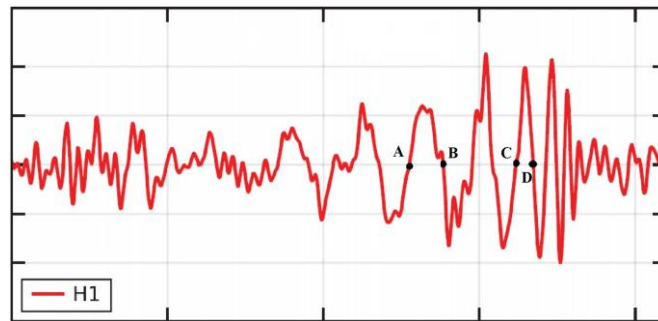


그림 1. LIGO 검출기 H1 에서 중력파에 의한 변형(변형) 때문에 생긴 두 팔의 길이 차이. 가로축은 시간이며, 점 A, B, C, D 는 각각 초 에 해당합니다.

$$t = 0.000, 0.009, 0.034, 0.040$$

B.5

그림에서 다음 두 시각에서 $f_{\text{GW}}(t)$ 값을 각각 추정하시오.

1.0pt

$$t_{\text{AB}} = \frac{t_B + t_A}{2} \quad \text{그리고} \quad t_{\text{CD}} = \frac{t_D + t_C}{2}. \quad (13)$$

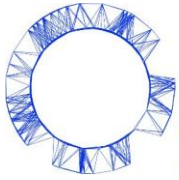
충돌이 일어나는 순간까지 (엄밀히 말하면 사실이 아니지만) 식 (12)가 항상 성립하고, 두
체가 같은 질량을 가지고 있다고 가정합니다. 체의 처프(처프) 질량 M_c 와 체의 총 질량을
한 $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ 을 이용하여 나타내시오.

B.6

시각 t_{CD} 에서, 두 물체 사이의 거리를 구하시오. 로부터 물체의 반지름으로 가능한
 $R_{\text{최대}}$ 를 추정하시오. 태양의 $R \approx 7 \times 10^5 \text{ km}$ 이다. $R/R_{\text{최대}}$ 를 구하시오. 또
한, 이 순간 물체의 선 속도 v_{col} 를 구하고, 이것을 광속으로 나눈 값 v_{col}/c 를
구하시오.

1.0pt

이를 통해 블랙홀들이 매우 빠르게 움직이며, 매우 밀집(컴팩트)되어 있다는 결론을 얻을 수 있습니다.



중성미자 (중성미자)는 어디에 있나요? (점)

거대 강입자 가속기 (대형 강입자 충돌기, LHC)에서 매우 높은 에너지로 두 개의 양성자가 충돌할 때, 충돌의 결과로 전자, 뮤온, 중성미자, 쿼크, 그리고 그 반입자 (anti-particle) 등이 생성될 수 있습니다. 이 중 대부분은 충돌점 부근의 입자 검출기(입자 검출기)로 검출할 수 있습니다. 예를 들어, 쿼크는 강입자화 (hadronization) 라는 과정을 거쳐 "제트 (jet)" 라고 불리는 아원자 입자들 (subatomic particles) 의 소나기 (shower) 로 변합니다. 또한 검출기 내부의 높은 자기장은 에너지가 매우 높은 대전 입자들까지도 경로를 휘게 하여 운동량을 결정할 수 있게 합니다. 아틀라스 검출기는 충돌점 주위를 감싸는 검출기 안쪽 부분에 균일하고 시간에 대해 변하지 않는, 2.00 테슬라(2.00 T)의 자기장을 만들기 위해 초전도 솔레노이드 시스템을 사용합니다. 어떤 값 이하의 운동량을 가지는 대전된 전하들은 경로가 매우 강하게 휘고, 반복적으로 자기장 안에서 원을 그리며 움직이기 때문에 대부분 거의 검출되지 않습니다. 중성미자는 아무런 상호작용도 하지 않고 검출기를 빠져 나가기 때문에 전혀 검출되지 않습니다.

데이터: 전자 질량, $m=9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; 기본 전하, $e=1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$;

광속, $c=3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; 진공 유전율(진공 투과도), $\epsilon_0=8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$

파트 A. 아틀라스 검출기의 물리 (4.0 점)

- A.1** 전자가 속도에 수직인 방향으로 자기력을 받아 원운동을 할 때 전자의 원형궤도 반지름을 사이클로트론 반지름 (사이클로트론 반경 r 의 공식)을 유도하시오. 사이클로트론 반지름을 운동에너지 K , e , 질량 m , 자기장 B 의 함수로 나타내시오. 전자는 비상대론적인 고전 입자로 0.5pt

ATLAS 검출기에서 생성된 전자는 상대론적으로 다루어야 하지만, 사이클로트론 반지름 공식에 상대론적 운동량(상대론적 운동량)을 고려하면, 상대론적 운동에도 사용할 수 있습니다.

- A.2** 전자가 검출기의 내부 (안쪽 부분)를 방사 (방사열) 방향으로 빠져나갈 수 있는 운동량의 최 소값을 계산하시오. 검출기의 안쪽 부분은 반지름 1.1 m 의 원통 모양이고, 전자는 원통 내부의 정확히 중심에 있는 충돌점에서 생성됩니다. 답안은 MeV/c 의 단위로 표현하시오. 0.5pt

속도에 수직 방향으로 가속될 때, 전하 e , 정지 질량 m 의 상대론적 입자는 싱크로트론 복사라고 불리는 전자기 복사(전자기 복사)를 방출합니다. 방출 비율은 다음 수식으로 주어집니다:

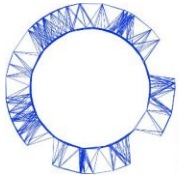
$$P = \frac{ea\gamma^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

a 는 가속도, $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ 입니다.

- A.3** 입자의 속력이 광속에 매우 가까울 때 입자를 조상대론적 (중상대론적) 입자로 부릅니다. 조상대론적 입자 (조상대론적 입자)의 경우 방출 비율은 다음과 같이 표현됩니다. 1.0pt

$$P = \xi \frac{e^4}{\epsilon_0 m^k c^n} E^2 B^2,$$

ξ 는 실수(), n, k 는 정수(정수), E 는 대전된 전하의 에너지, B 는 자기장이다. ξ, n, k 를 구하시오.



- A.4** 조상대론적 극한 (조상대론적 극한)에서, 전자의 에너지는 시간의 함수로 다음과 같습니다. 1.0pt

$$E(t) = E_0 \left(1 + \alpha \frac{t}{t_0} \right)^{-1}$$

여기서 E_0 은 전자의 초기 에너지입니다. α 를 $e, \hbar, c, B \in 0, m$ 의 함수로 구합니다.

- A.5** 전자가 충돌 직전에서 방사 (방사형) 방향으로 100 GeV 의 에너지를 가지고 생성되었다. 0.5pt
하자. 전자가 앞서 주어진 크기의 검출기 안쪽 부분을 벗어날 때까지, 싱크로트론 복사로 손
실되는 에너지의 양을 계산하시오. 답을 MeV 의 단위로 나타내시오.

- A.6** 조상대론적 극한 (조상대론적 극한)에서 전자의 사이클로트론 진동수 (사이클로트론 0.5pt
주파수)의 표현식을 시간의 함수로 구하시오.

파트 B. 중성미자 (중성미자)를 찾아서 (6.0 점)

그림 1에 보인 바와 같이 충돌은 지금까지 검출된 가장 무거운 기본입자인 꼭대기 쿼크 (top quark, t)와 반 꼭대기 쿼크 (anti-top quark, $\bar{t}$)를 생성합니다. 꼭대기 쿼크는 W^+ 보손 (boson)과 바닥 쿼크 (bottom quark, b)로 붕괴합니다.

반 꼭대기 쿼크는 W^- 보손 (boson)과 반-바닥 쿼크 (anti-bottom quark, $\bar{b}$)로 붕괴합니다. 그림 1에 묘사한 경우, W^+ 보손은 반뮤온 (μ^+)과 중성미자 (ν_μ)로 붕괴하고, W^- 보손은 쿼크와 반 쿼크로 붕괴합니다. 이 문제의 관측은 검출된 운동량을 이용하여 중성미자의 모든 운동량을 재구성 (재구성)하는 것입니다. 간단하게 하기 위해, 이 문제의 모든 입자들과 제트들 (jet)은 꼭대기 쿼크와 $W^\pm$ 보손들을 제외하고는 질량이 없다고 가정합니다.

꼭대기 쿼크가 붕괴하여 생성되는 것들의 운동량은, 중성미자의 z -축 운동량 성분을 제외하고는, 실험으로부터 있다 (표에서 - 기호는 이것을 의미합니다. 표를 보시오). 최종 상태 입자들의 총 선운동량은 충돌 방향 (z -축)으로는 0이 됩니다. 따라서 충돌 방향의 중성미자 운동량 성분은 결정할 수 없습니다. 하지만, 수직 (가로) 평면 (xy 평면)에서 손실된 운동량으로부터 중성미자의 수직 (횡적, 횡단) 운동량만을 구할 수 있습니다.

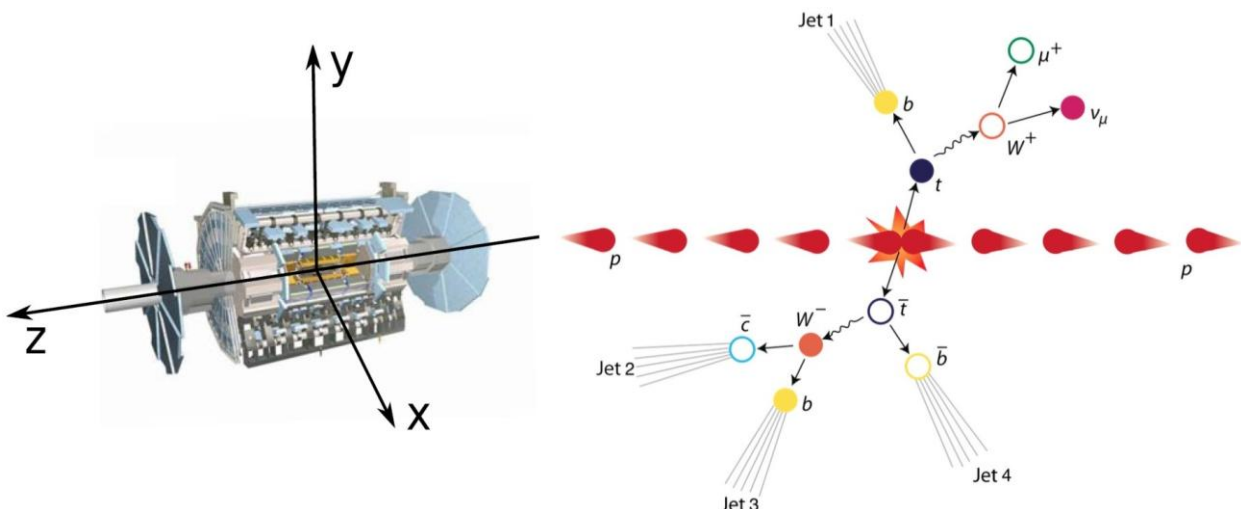
이로부터 z -축에 수직인 평면에서 손실된 운동량으로부터 중성미자의 수직 (횡적, 횡단) 운동량만을 구할 수 있습니다.

할 수

2015년 6월 4일, LHC의 아틀라스 실험에서 그림 1에 나타난 것처럼 양성자-양성자 충돌 결과를 기록하였다.

(시각은

00:21:24 GMT+1)



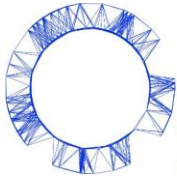


그림 1. 아틀라스 검출기 좌표계 (왼쪽)와 양성자-양성자 충돌 (오른쪽)의 개략적인 표시도.

중성미자를 포함하여, 꼭대기 쿼크의 붕괴에서 나오는 세 개의 최종 상태 입자들의 선형 운동량을 각 성분 별로 다음 표에 제시하였습니다.

입자	$p_x \text{ (GeV/} c \text{)}$	$p_y \text{ (GeV/} c \text{)}$	$p_z \text{ (GeV/} c \text{)}$
반뮤온 (μ^+)	-24.2	-24.9	-12.4
제트 (제트) 1 (1)	-104.1	+5.3	
중성미자 (ν)			-

B.1

W^+ 보손 (boson)의 질량의 제곱 m_W^2 과, 위 표에 제시된 중성미자와 반-뮤온의 운동량 성분들 간의 관계식을 구하시오. 답안 아래에 적힌 중성미자와 반-뮤온의 수식 (형식, 단위) 운동량

1.5pt

$$\vec{p}_\tau^{(\nu)} = p_x^{(\nu)} \hat{i} + p_y^{(\nu)} \hat{j}, \quad \vec{p}_\mu^{(\mu)} = p_x^{(\mu)} \hat{i} + p_y^{(\mu)} \hat{j}$$

그리고 이 입자들의 z -축 운동량 성분 $p_x^{(\mu)}, p_x^{(\nu)}$ 를 이용하여 표현하시오.

B.2

W^+ 보손의 $m_W = 80.4 \text{ GeV/} c^2$ 로 가정하고 다음 단계의 지문도 고려하여 z -축 방향의 중성미자 운동량 $p_x^{(\nu)}$ 에 대해 두 가지 가능한 해 (값, 해)를 계산하시오. 답을 $\text{GeV/} c$ 단위로 표현하시오.

1.5pt

B.3

위에서 구한 두 가지 해 (해)의 각각에 대해 꼭대기 쿼크의 질량을 계산하시오. 답을 $\text{GeV/} c^2$ 의 단위로 표시하시오. [B.2에서 해 (해)를 구하지 못했다면, 다음의 값을 구하시오. 를 사용하여

1.0pt

$$p_x^{(\nu)} = 70 \text{ GeV/} c \text{ 및 } p_x^{(\nu)} = -180 \text{ GeV/} c$$

실험에서 쿼크 질량이 측정될 때마다 이벤트 (event) 수가 하나씩 올라갑니다. (실험에서 얻은 대로) 꼭대기 쿼크 질량이 측정되는 충돌 이벤트의 수를 구하여 정규화한 (정규화된) 결과에는 (꼭대기 쿼크의 붕괴에 대응하는) "신호 (signal)"와 (꼭대기 쿼크를 포함하지 않는 다른 과정으로부터 나온 이벤트들에 대응하는) "배경값 (background)"이라는 두 가지 성분이 있다. 그림 2에 표시된 실험 데이터에는 두 가지 과정이 모두 포함되어 있습니다.

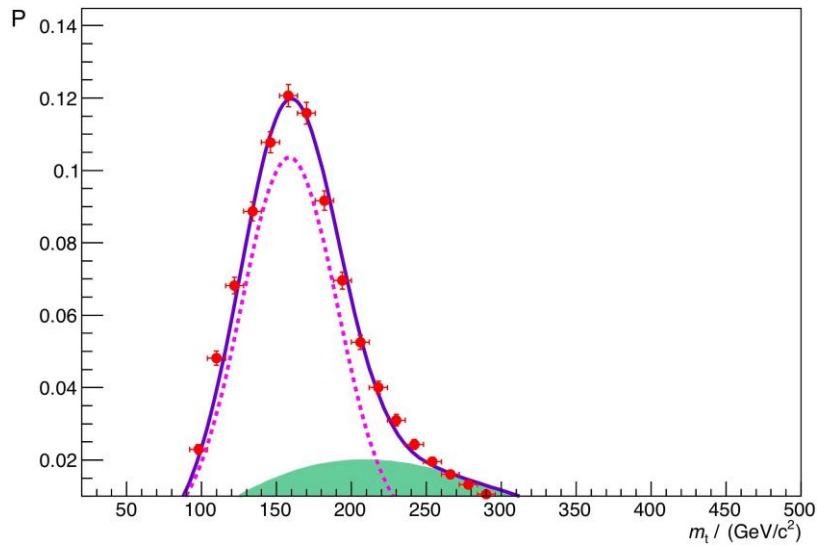
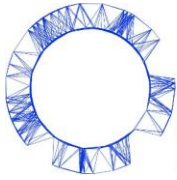
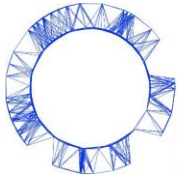


그림 2. 실험으로 측정된 꼭대기 쿼크의 질량 분포(Top Quark Mass Distribution), 즉 꼭대기 쿼크 질량을 정규화한(정규화된) 충돌 이벤트의 수로 바꾸어 나타낸 그래프. 큰 동그라미 점들은 데이터에 해당합니다. 점선은 "신호 (signal)"를, 회색 부분은 "배경값 (background)"을 나타냅니다.

B.4 꼭대기 쿼크 (상단 쿼크) 질량 분포에 따르면, 위 두 개의 해 (솔루션) 중에서 어느 것이 포인트 더 옳을 가능성이 높은가? 두 개의 해에 대한 확률을 대략적으로 추산하고 타당한 질량 값을 구합니다. 1.0%
으 제시하십시오

B.5 가장 가능성이 높은 해를 사용하여, 붕괴하기 전까지 꼭대기 쿼크(최상위 쿼크)가 움직인 이을 계산하십시오. 꼭대기 쿼크가 정지했을 때 평균 수명을 5×10^{-25} s로 가정하십시오. 1.0pt



생명체에 대한 물리 (생물 물리) (10점)

데이터: 정상 상태의 대기압(공기 압력)

$$P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$$

파트 A. 혈액의 흐름에 관한 물리 (4.5점)

여기서는 혈관을 흐르는 혈액에 대한 두 가지 간단한 모델을 분석합니다.

혈관의 모양은 근사적으로 실린더 (원통) 로 간주할 수 있습니다. 관이 실린더 모양이고, 강체로 만들어져 단단하며, 액체가 압착되지 않고 난류(난기류)가 없이 흐름이 일정한 경우, 관 양쪽 끝 사이의 압력 차이는 다음 수식으로 주어집니다.

$$\Delta P = \frac{8L\eta}{\pi r^4} Q, \quad (1)$$

이 수식에서, L 은 각각 관의 길이와 단면의 반지름이고, η 은 액체의 점성(점도), Q 은 부피로 나타낸 흐름의 속력(체적 유량), 즉 단위 시간에 관의 단면을 통과하는 액체의 부피입니다. 혈액처럼 심장이 뛸 때마다 일정한 주기로 압력이 변하거나, 관의 벽이 강체가 아니거나, 관이 완전한 실린더가 아니고 모양에 변형이 있거나, 혈액이 압축이 되지 않는 이상적인 액체가 아니라 세포와 혈장(플라즈마)의 혼합 액체인 경우에도, 이 수식을 이용하면 관 양쪽 사이의 압력 차이를 실제와 비슷한 크기(정확한)로 구할 수 있습니다. 뿐만 아니라, 액체의 부피

흐름 속력(체적 유량) Q 을 저항이라고 간주하면, 이 수식 $R = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{8L\eta}{\pi r^4}$ 법칙(옴의 법칙)과 같은 형태가 됩니다, 이 경우 관의 양쪽 끝 사이의 압력 차이가 전압에 해당하고, R 은 저항에 해당합니다.

예를 들어, 그림 1 에 있는, 동맥을 연결하여 만든 대칭 형태의 네트워크(네트워크)를 생각해 봅시다. 이 동맥 네트워크는 모 세 개의 혈관에 혈액을 보내줍니다. 네트워크는 그림에서 보듯이 0에서 $N-1$ 까지 여러 단계(level)로 나눌 수 있는데, 나눌 때마다 하나의 혈관은 두 개의 동일한 혈관으로 나뉩니다. 하지만 단계가 높아지면 혈관이 짧아지고 짧아집니다. 단계 i 가 에서 $i+1$ 로 변할 때, 혈관의 반지름과 길이가 각각 r_i 와 (τ_i) 로 변한다고 가정해 봅시다.

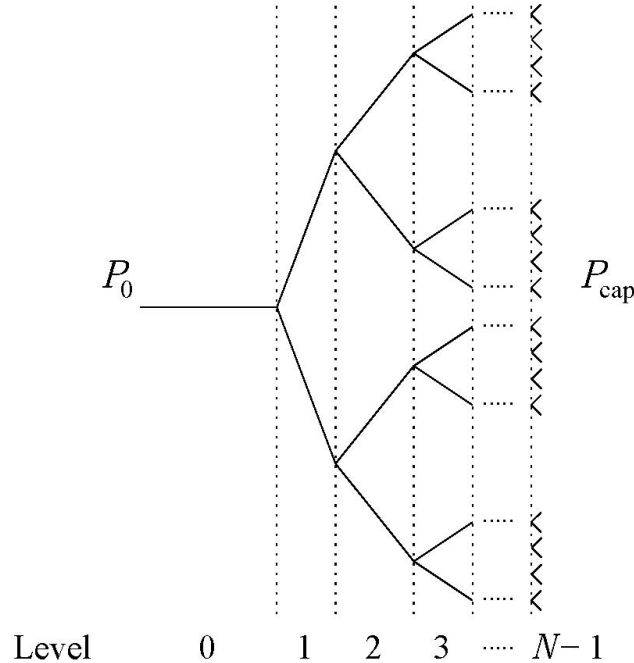
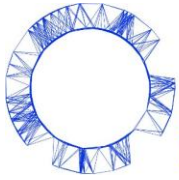


그림 1. 동맥 네트워크

- A.1** 임의의 i 에서 혈액의 부피 흐름 (체적 유량) Q_i 을 단계의 총갯수 (총 단계 수) N , 혈액의 점성 η , 첫 단계 (0 단계)의 관의 반지름 $\tau_{(0)}$ 과 길이 l_0 , 그리고 첫 단계 (0 단계)의 압력 $P_{(0)}$ 과 모세혈관의 압력 $P_{(CAP)}$ 사이의 차이 $\Delta P = P_0 - P_{CAP}$ 로 표시합니다.

1.3pt

- A.2** 0 단계에 있는 동맥의 반지름이 $6.0 \times 10^{-5} \text{m}$ 이고 길이가 $2.0 \times 10^{-3} \text{m}$ 일 때, 부피 흐름 Q 의 값을 구하시오. 동맥 네트워크 입구의 압력은 55 mmHg 이고, 0 단계에서는 모세혈관까지의 네트워크의 총 $N = 6$ 입니다. 모세혈관의 압력은 30 mmHg 이고, 혈액의 $\eta = 3.5 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ 이다. 답을 ml/h 단위로 나타내시오.

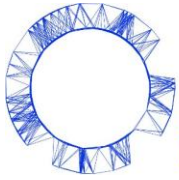
0.5pt

혈관을 LCR 회로 모델로 나타내기

혈관을 강체로 만들어진 실린더로 간주하는 모델은 다음과 같은 몇 가지 이유 때문에 실제 상황과는 다릅니다. 우선, 혈액의 압력은 일정하지 않고 심장 박동 때문에 달라지는 시간 의존성 (time dependent flow) 을 보이며, 혈관의 지름도 심장의 박동 주기에 맞춰 변합니다. 또한, 혈관의 지름이 클수록 심장 박동에 따라 혈압 변화가 크고, 혈관의 지름이 작을수록 혈압의 변화 폭 (진폭) 이 작으며 시간 의존성이 거의 없습니다.

혈관이 하나만 있고 탄성체라면, 혈압이 올라갔을 때 관의 벽이 얇아지고 반지름이 커져서 더 많은 혈액을 받아들였다가, 혈압이 내려갔을 때 내보낼 것입니다. 혈관의 이러한 탄성은 위에서 언급한 우리의 전기 회로 모델에 축전기 (커패시터) 를 추가하여 설명할 수 있습니다. 또한, 시간에 따라 혈액의 흐름 속도가 변한다는 사실을 고려하면, 혈액의 밀도 kg m^{-3} 에 비례하는 유체의 관성도 무시할 수 없습니다. 이 관성은 전기 회로 모델에 인덕터 (인덕턴스) 를 추가하여 기술할 수 있습니다. 하나의 혈관에 대한 등가 (전기) 회로 (등가 회로) 가 그림 2 에 있습니다. 이 등가 회로에서 혈관의 탄성과 흐름 속도 변화를 나타내는 등가 전기 용량 (등가 정전 용량) 과 등가 인덕턴스 (등가 인덕턴스) 는 다음과 같이 주어집니다:

$$C = \frac{3 \ln \tau^{(3)}}{2 E h} \quad \text{및} \quad L = \frac{49 l \rho}{\pi \tau^2} \quad (2)$$



h 는 혈관 벽의 두께, E 는 동맥의 영율(Young's modulus)로 힘이 작용할 때 혈관 조직 크기의 변화율입니다. 영율은력과 단위가 같으며, 동맥의 경우 $E=0.06\text{MPa}$ 정도 됩니다.

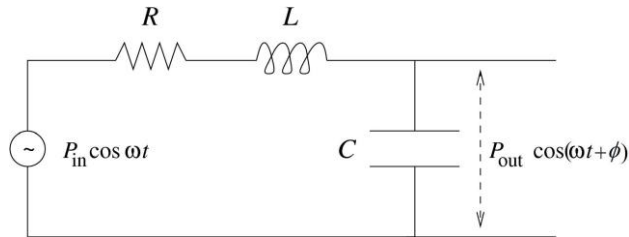


그림 2: 하나의 혈관에 대한 등가회로(등가 회로).

A.3

혈압의 변화가 정상 범위(고정 체제, 주기에 맞춰 규칙적으로 변한다는 뜻)에 있는 경우, 각진동수 ω 로 변하는 흐름(흐름)에 대해, 혈관 출구(출구)의 압력 진폭(압력 진폭) P_{out} 을 혈관 입구(IN)의 압력 진폭 P_{in} , 등가 저항 R , 인덕턴스 L , 전기용량 C 의 함수로 구하시오. 각진동수가 아주 낮을 때, 출구에서 압력 진동의 진폭이 작아지게 만드는 $\eta, \rho E, h, \tau l$ 사이의 조건을 구하시오.

2.0pt

A.4

A.2의 혈관 네트워크에 대해, A.3에서 구한 조건을 만족하도록 동맥 벽의 두께 h 의 최대값을 구하시오. h 는 네트워크 안의 단계와 무관하다고 가정합니다.

0.7pt

파트 B. 종양의 성장 (5.5 점)

종양의 성장은 매우 복잡한 과정으로 일어나는데, 이때 세포 증식과 자연선택과 같은 생물학적 메커니즘은 물리학과 밀접하게 연결될 수 있습니다. 이번 문제에서는 종양의 성장에서 흔히 관찰되는 압력 증가를 단순한 모델로 바꾸어 알아본다.

한 무리의 정상 세포가 늘어나지 않는 막으로 둘러싸여 조직을 형성하고 있습니다. 둘러싼 막은 조직의 반지름 R 인 동근 구(그림 3) 모양으로 항상 유지되도록 합니다.

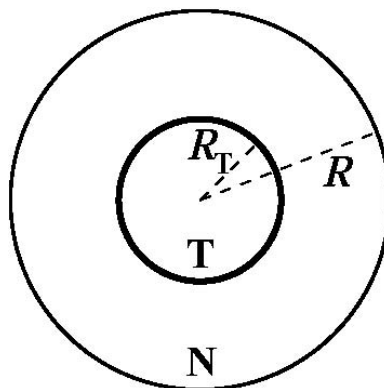
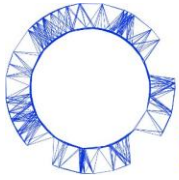


그림 3. 단순 모델로 나타낸 종양.

처음에는 조직(조직)에 잔여 변형력(잔류 응력)이 없습니다. 다시 말해, 조직의 모든 점에서 압력이 대기압과 같습니다. 시간이 지남에 따라, 종양이 구의 중심에서부터(정상 조직의 중심에서부터) 자라기 시작하고, 종양이 자라면서 조직 내부의 압력이 증가한다(그림에서 N은 정상 조직, T는 종양을 나타낸다). 두 조직은 모두 압축될 수 있으며, 정상 조직의 밀도



$\rho_{(n)}$ 과 종양 조직의 밀도 $\rho_{(t)}$ 는 압력에 대해 1 차함수로 증가합니다:

$$\rho_n = \rho_0 \left(1 + \frac{p}{K_N}\right), \quad \rho_t = \rho_0 \left(1 + \frac{p}{K_T}\right), \quad (3)$$

여기서 $\rho_{(0)}$ 은 압력이 대기압일 때 조직의 밀도, p 는 조직의 압력과 대기압(대기압) 사이의 압력 차이입니다, K_N , K_T 는 각각 정상 조직과 종양 조직의 압축률 (부피 탄성률)입니다. 일반적으로 종양이 더 딱딱하므로 종양이 더 큰 부피 탄성률을 가진다.

- B.1** 종양이 자라는 동안 정상 조직의 질량은 변하지 않습니다. 종양의 부피와 총 조직의 $v = V_t/V$ 을 종양 질량 ($M(t)$)과 정상 조직의 질량 ($M(n)$)의 $\mu = M_t/M(n)$, 부피 탄성률의 $\kappa = K_n/K(t)$ 의 함수로 구하십시오. 1.0pt

암을 치료할 때 종종 약물 치료, 방사선 치료와 함께 고열 치료를 사용합니다. 고열 치료에서는 암세포만을 골라 사람의 정상 체온인 37 °C 보다 높은 43 °C 이상으로 온도를 높여 암세포를 죽입니다. 연구자들은 현재 암 종양 세포와 결합할 수 있는 특수 단백질로 덮인 나노미터 크기의 탄소 튜브(탄소 나노튜브)를 개발하고 있습니다. 이런 탄소 나노튜브를 종양 조직(조직)과 결합시키고 근적외선을 쬔이면, 나노튜브들이 주위 조직보다 훨씬 많은 근적외선을 흡수하여 그것과 결합한 종양 세포의 온도가 올라가서 종양 조직이 선택적으로 죽게 된다.

종양, 정상 세포, 이들을 둘러싼 주위의 조직이 일정한 열 전도도 k 를 가진다고 하자. 즉, 이 문제에서 주어진 조직의 액션, 반지름 r 의 구 표면을 단위 시간과 단위 면적을 통과하는 에너지는 조직 내부의 온도 분포를 τ 에 대해 미분한 것입니다. k

에 열 전도도를 곱한 것과 같습니다. 나노튜브(나노튜브)들은 종양 전체에 균일하게 분포하고 단위 부피당 일정량의 열 에너지를 전달할 수 있습니다. 종양에서 아주 먼 곳의 체온이 정상인의 체온과 같다고 가정해 봅시다.

- B.2** 종양의 크기가 변하지 않는 고정 상태(정지 상태)에서 종양 중심의 온도를, k , 사람의 정상 체온(사람 체온) τ_c , 그리고 종양의 반지름 R 의 함수로 구하십시오. 1.7pt

- B.3** 반지름 5.0 cm의 종양 안에 있는 모든 종양 세포들을 43.0 °C 이상으로 온도를 높이는 데 필요한, 단위 부피당 최소 일률 $\mathcal{P}$ 을 구하십시오. 조직(조직)의 열 전도도 $k = 0.60 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 를 사용하십시오. 0.5pt

종양이 문제 A.1 과 같은 구조를 가진 혈관 네트워크로 혈액을 공급받는다고 가정해 봅시다. 종양이 성장함에 따라 종양이 가하는 압력 p 이 혈관 벽이 가장 얇은 곳의 혈압 (P_{CAP}) 보다 커지면, 혈관의 반지름이 작은 양이지만 만큼 감소합니다. 종양의 압력 p 이 낮은 혈관 반지름의 감소량 δr 에 대응 $\delta \tau$ 에 도달하면 가장 얇은 혈관들이 파괴 (수축) 되어, 종양으로의 혈액 공급이 심각하게 위협받게(감소하게) 됩니다. 혈압과 혈관 반지름의 변화는 다음과 같이 현상학적 관계로 표현할 수 있습니다:

$$\frac{p}{P_{\text{cap}}} - 1 = \left(\frac{p_c}{P_{\text{cap}}} - 1\right) \left(2 - \frac{\delta \tau}{\delta \tau_c}\right) \frac{\delta \tau}{\delta \tau_c} \quad (4)$$

종양의 압력이 높아졌을 때 ($N-1$ 에 있는) 가장 작은 혈관들만 반지름이 감소한다고 생각하자.

- B.4** 종양의 압력이 선형 영역 ($p < P_{\text{CAP}}$)에 있을 때, 가장 얇은 혈관들에 서 흐름 비율의 상대적 감소 $\frac{\delta Q_{N-1}}{Q_{N-1}}$ 를 종양의 부피 $v = V_t/V$, K_N , Np , $\delta \tau$, τ_c $N-1$ P_{CAP} 의 함수로 표현하십시오. 2.3pt